પ્રકાશક :
નરેન્દ્રકુમાર ડી. શાહ,
વ્યવસ્થાપક : પ્રજ્ઞા પ્રકાશન મંદિર,
લખાભાઈ ગુણપત બીલ્ડીંગ,
ચીંચબંદર, મુંબઈ-૯

આવૃત્તિ પહેલી : જૂન ૧૯૬૬
આવૃત્તિ બીજી : નવેમ્બર ૧૯૬૬
આવૃત્તિ ત્રીજી : જૂન ૧૯૭૨

મૂલ્ય રૂપિયા પાંચ

: મુદ્રક :
મણિલાલ છગનલાલ શાહ,
નવપ્રભાત પ્રીન્ટિંગ પ્રેસ
ઘીકાંટારોડ, નોવેલ્ટી સિનેમા પાસે.
અમદાવાદ.

પ્રકાશકીય

ગણિતની રમૂજ તથા રહસ્ય ભરી બાજુ પ્રકાશમાં લાવવાના હેતુથી અમોએ પ્રથમ 'ગણિત ચમત્કાર' અને 'ગણિત રહસ્ય' નામનાં બે પુસ્તકો પ્રસિદ્ધ કર્યાં હતાં અને ત્યારબાદ ગણિતના દાખલાઓ ઝડપથી ગણી શકાય તે માટે કેટલીક મહત્ત્વની ચાવીઓ તથા ટૂંકા માર્ગો બતાવવા માટે 'ગણિત–સિદ્ધિ' પુસ્તકને પ્રસિદ્ધિ આપી હતી. આ ત્રણેય પુસ્તકોની બે આવૃત્તિઓ થઈ છે અને ગણિત રહસ્ય ત્રીજી આવૃત્તિનો પ્રકાશ દેખી રહ્યું છે, તે પરથી આ પુસ્તકોની લોકપ્રિયતા સમજી શકાશે.

આ પુસ્તકોમાં રમૂજ, રહસ્ય તથા જે ટૂંકી રીતો બતાવવામાં આવી છે, તેનો ઉપયોગ કરીને ગણિતદિનમણિ શતાવધાની પંડિતશ્રી ધીરજલાલ શાહે જનસમૂહ તેમજ થિયેટરોમાં કેટલાક અદ્ભુત પ્રયોગો કરી બતાવ્યા છે, તે પરથી આ પુસ્તકોમાં પીરસાયેલી સામગ્રીનું મહત્ત્વ સમજી શકાશે.

વિદ્યારસિકો આ ગ્રંથના વિશેષ પ્રચારમાં સહાયભૂત થાય એજ અભ્યર્થના.

— પ્રકાશક

વિષયાનુક્રમ

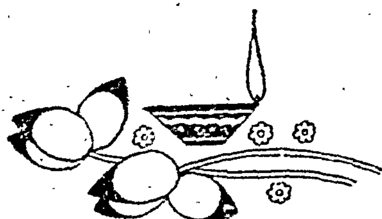
સમર્પણ ૫
પ્રકાશકીય ૭

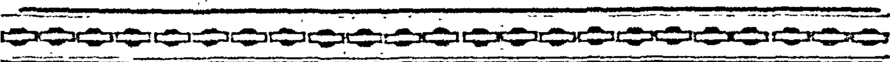
પ્રકરણ	વિષય	પૃષ્ઠસંખ્યા
પહેલું	આમુખ...	૩
બીજું	અંકસ્થાન	૬
ત્રીજું	શૂન્યનું સામર્થ્ય	૧૭
ચોથું	ગણિતની વિશિષ્ટ પ્રજ્ઞા	૨૫
પાંચમું	મોટી સંખ્યાઓ યાદ રાખવાની રીત	૩૦
છઠ્ઠું	અંકસ્મૃતિનો એક વિલક્ષણ પ્રયોગ	૩૫
સાતમું	સંખ્યાનો ચમત્કાર	૩૯
આઠમું	એકી-બેકીના આકર્ષક પ્રયોગો	૪૭
નવમું	સંમફરક સંખ્યાઓનો સરવાળો	૬૦
દશમું	ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓનું શોધન	૭૨
અગિયારમું	અજ્ઞાત સંખ્યાઓનું જ્ઞાત સંખ્યામાં પરિણમન	૮૦
બારમું	ઉત્તરની અચૂક આગાહી	૮૮
તેરમું	હજાર વિકલ્પનો એક જ ઉત્તર	૧૦૧
ચૌદમું	ધારેલો પ્રશ્ન કહેવાની રીત	૧૦૯
પંદરમું	પ્રકીર્ણ પાંચ પ્રયોગો	૧૨૭

કોયડાઓ

વર્ગ પહેલો ૧૪૭
વર્ગ બીજો ૧૫૬
વર્ગ ત્રીજો ૧૭૧
ઉત્તરો થી ૨૦૮

ગણિત-રહસ્ય





[૧]

આમુખ

અમોએ આ ગ્રંથની પૂર્વે રચેલા 'ગણિત-ચમત્કાર' ગ્રંથમાં અંક અને સંખ્યાઓની કરામત અંગે, તેમજ સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર તથા ભાગાકારની રીતો અને તાળા અંગે કેટલીક રસપ્રદ સામગ્રી રજૂ કરી હતી. વળી સર્વતોભદ્ર યંત્રો અને મનનો ધારેલો આંક કહેનારા યંત્રો વિષે પણ કેટલુંક વિવેચન કર્યું હતું. ઉપરાંત સહુ કોઈના મનમાં ચમત્કારિક અસર પેદા કરે તેવા સિદ્ધાંકના ત્રણ પ્રયોગો, ગંજીફાના ચાર પ્રયોગો તથા બીજા પ્રકીર્ણ દશ પ્રયોગો આપ્યા હતા. તે સાથે અંક-વિનોદનું પણ એક પ્રકરણ લખ્યું હતું અને દેશ-વિદેશમાં પ્રચલિત કોયડાઓ-માંથી ચૂંટી કાઢેલા સો જેટલા કોયડાઓ તથા તેના ઉત્તરોની પણ રજૂઆત કરી હતી. તેણે શાળા-મહાશાળાઓના છાત્રોને, તેમ જ વિદ્યારસિક નરનારીઓને ઉત્તમ કોટિનું મનોરંજન પૂરું પાડ્યું છે અને ગણિતની ગહનતાનો કેટલોક ખ્યાલ પણ આપ્યો છે.

પરંતુ ગણિત અંગે બીજું પણ ઘણું જાણવા જેવું છે. ખાસ કરીને અંક-જાદુગરી (Mathemagic)ના પ્રયોગો કે જે યુરોપ-અમેરિકામાં વિશેષ ને વિશેષ લોકપ્રિય થઈ રહ્યા છે, તેમ જ અહીં પણ શાળા, કોલેજો, મિજલસ તથા પરિષદો સમક્ષ રજૂ કરવામાં આવે છે અને જે લોકોના મન પર અદ્‌ભુત અસર ઉત્પન્ન કરે છે, તેનું રહસ્ય જાણવા જેવું છે. એ રહસ્યનું સવિસ્તર ઉદ્‌ઘાટન અમોએ આ ગ્રંથમાં કરેલું છે.

શતાવધાનના પ્રયોગો દીર્ઘ સમયથી ભારતની પ્રજાનું અનેરું આકર્ષણ કરી રહ્યા છે. તેમાં ગણિતને લગતા જે પ્રયોગો રજૂ કરવામાં આવે છે, તેમાંના ઘણાખરાનું રહસ્ય અમારા આ બંને ગ્રંથોમાં એટલે કે 'ગણિત-ચમત્કાર' તથા 'ગણિત-રહસ્ય' માં આવી જાય છે અને તેથી આ વિષયમાં રસ ધરાવનાર સજ્જનો તથા સન્નારીઓએ આ બંને ગ્રંથોનું સાંગોપાંગ વાંચન-મનન કરવું જરૂરી છે.

આપણે ત્યાં સામાન્ય પ્રથા એવી રહી છે કે જે વસ્તુ લોકોને ચમત્કારિક લાગે, તેના પર ચમત્કારિકતાનો વિશેષ ઢોળ ચડાવવો અને આ વસ્તુ તો વિશિષ્ટ અધિકારીઓને જ પ્રાપ્ત થાય છે, એમ જણાવી સામાન્ય લોકોને માટે તેની પ્રાપ્તિના દરવાજા બંધ કરી દેવા. વિદ્યા માટે પાત્ર જોવાની આવશ્યકતા છે ખરી, પણ તેમાં જે વિજ્ઞાન રહેલું છે, તેનાથી જિજ્ઞાસુઓને વંચિત રાખવા અને તેનો લોપ થઈ જાય ત્યાં સુધી તેને ગુપ્ત રાખવી, એ કોઈ પણ રીતે ઉચિત નથી. આ પ્રથાને અનુસરવાથી આપણે ઘણું ગુમાવ્યું છે.

આધુનિક વિજ્ઞાનશાસ્ત્રીઓ શું કરે છે? સતત શોધ-ખોળને પરિણામે પ્રકૃતિનું રહસ્ય સમજવામાં આવે, તેને લોકો આગળ પદ્ધતિસર રજૂ કરી દે છે અને તેના વડે જીવનોપયોગી જુદાં જુદાં ક્ષેત્રોમાં ઘણી પ્રગતિ સધાય છે.

અમને આ વસ્તુ મેળવતાં ઘણો પરિશ્રમ પડ્યો છે, કારણ કે તેને જાણનારાઓએ પોતાની મૂઠીઓ બંધ રાખી હતી અને તે વિષયનું ખાસ સાહિત્ય પણ હતું નહિ. પરંતુ દૃઢ સંકલ્પ અને પ્રયત્ન કરતાં અમને એક પછી એક વસ્તુ પ્રાપ્ત થતી ગઈ અને તેણે અમારા અતિ જિજ્ઞાસુ હૃદયને સંતોષ આપ્યો. આમાંની કેટલીક વસ્તુઓ તો અમને પોતાને જ સ્ફુરેલી છે અને અમે તેને પ્રયોગાત્મક સ્વરૂપમાં મૂકેલી છે.

અમારું એમ માનવું છે કે અમારા આ બંને ગ્રંથો તથા ત્યાર પછી લખાયેલો 'ગણિત–સિદ્ધિ' નામનો ત્રીજો ગ્રંથ વાંચી–વિચારીને વિશિષ્ટ પ્રજ્ઞાવાળા મહાનુભાવો આ વિષયની એક યા બીજા પ્રકારે ખીલવણી કરશે અને એ રીતે ગણિતજ્ઞાનમાં વૃદ્ધિ કરી ભારતની પ્રાચીનતમ પ્રતિષ્ઠામાં વધારો કરશે.

[૨]

અંકસ્થાન

જેમ સંગીતનો આધાર સ્વર ઉપર છે અને લિપિનો આધાર વર્ણ (અક્ષર) ઉપર છે, તેમ ગણિતનો આધાર અંક ઉપર છે. જો અંક ન હોય તો કોઈ પણ વસ્તુની યથાર્થ ગણના કે ગણતરી થઈ શકે નહિ.

'તમારા ઘરમાં કેટલી વ્યક્તિઓ છે?'

'તમારી પાસે કેટલી પુંજી છે?'

'તમારી હાલની ઉંમર શું?'

વગેરે પ્રશ્નોના ઉત્તરમાં જો એમ કહેવામાં આવે કે—

'મારા ઘરમાં કેટલીક વ્યક્તિઓ છે.'

'મારી પાસે કેટલીક પુંજી છે.'

'મારી ઉંમર કેટલાક વર્ષની છે.'

તો વસ્તુસ્થિતિનો સ્પષ્ટ બોધ થતો નથી અને તેથી પ્રશ્ન પૂછનારના મનને સમાધાન સાંપડતું નથી. ત્યાં અંકનો આશ્રય લેવો આવશ્યક થઈ પડે છે. જેમકે—

'મારા ઘરમાં નાની-મોટી મળીને ૫ વ્યક્તિઓ છે.'

'મારી પાસે ૫૦૦૦ રૂપિયાની પુંજી છે.'

'મારી હાલની ઉંમર ૬૦ વર્ષની છે.'

વસ્તુનો ભાવ જાણવો હોય, વ્યાપારની પરિસ્થિતિ જાણવી હોય કે કોઈ પ્રવૃત્તિના ખર્ચનો અંદાજ કાઢવો હોય તો એ કાર્ય અંકથી જ સિદ્ધ થઈ શકે છે, અન્ય કોઈ સાધનથી નહિ.

આજે સાહસિક સજ્જનો ચંદ્ર પર પહોંચ્યા છે, પણ પૃથ્વીથી ચંદ્ર ક્યારે-કેટલો દૂર હોય છે? ત્યાં પહોંચનાર રોકેટને એક કલાકની કેટલા માઈલની ઝડપ રાખવી પડે? વગેરે હકીકતોનું જ્ઞાન અંકના આધારે જ પ્રાપ્ત થયું છે.

વિજ્ઞાનનો આત્મા ગણિત છે અને ગણિતનો આત્મા અંક છે, એટલું અવશ્ય યાદ રાખવું.

અંક એટલે ૧ (એક), ૨ (બે), ૩ (ત્રણ), ૪ (ચાર), ૫ (પાંચ), ૬ (છ), ૭ (સાત), ૮ (આઠ), ૯ (નવ) અને ૦ (શૂન્ય).

કેટલાકનો ખ્યાલ એવો છે કે શૂન્ય કંઈ પણ મૂલ્ય (Value) બતાવતું નથી, માટે તેને અંક કહેવાય નહિ; પરંતુ આ ખ્યાલ ભૂલભરેલો છે. શૂન્ય પણ એક પ્રકારનો અંક જ છે અને તેથી જ ૧૦ ને બે અંકની, ૧૦૦ ને ત્રણ અંકની તથા ૧૦૦૦ ને ચાર અંકની સંખ્યા કહેવામાં આવે છે.

અહીં એટલું સમજવા જેવું છે કે ૧ થી ૯ સુધીના અંકો સ્વાવલંબી છે, એટલે કોઈનું અવલંબન લીધા વિના પોતાનું મૂલ્ય દર્શાવી શકે છે; જ્યારે ૦ પરાવલંબી હોવાથી અન્ય અંકનું અવલંબન ન મળે ત્યાં સુધી પોતાનું મૂલ્ય દર્શાવી શકતું નથી.

દાખલા તરીકે ૧, ૪, ૬ આ પ્રમાણે અંકો લખ્યા હોય તો તે અનુક્રમે એક, ચાર અને છ નું મૂલ્ય દર્શાવે છે, પણ ૦, ૦૦, ૦૦૦, ૦૦૦૦ આમ ગમે તેટલી શૂન્યો લખી હોય, તો તે કંઈ પણ મૂલ્ય દર્શાવતી નથી.

પરંતુ આ જ શૂન્યોને અંકનું અવલંબન મળે, એટલે કે તેની પૂર્વે ૧ થી ૯ સુધીનો કોઈ પણ અંક લખાય, તો તે પોતાનું વિશિષ્ટ મૂલ્ય અવશ્ય દર્શાવે છે. જેમકે—

૧૦ દશ

૩૦૦ ત્રણસો

૫૦૦૦ પાંચ હજાર

તાત્પર્ય કે અંકો નવ નહિ, પણ દશ છે અને તે જ ગણિતનો મુખ્ય આધાર છે.

આપણે ૨, ૩ અને ૭ એવા અંકો છૂટા લખીએ તો તેનું મૂલ્ય બે, ત્રણ અને સાત જ થાય છે, પણ આ જ અંકો સંખ્યા રૂપે લખીએ તો તેનાં મૂલ્યમાં ઘણો વધારો થાય છે. જેમકે—૨૩૭ બસો સાડત્રીશ.

આ રીતે અંકનું મૂલ્ય વધવાનું કારણ અંકસ્થાનની

વિશિષ્ઠ યેાજના છે. વધારે સ્પષ્ટ કહીએ તેા જમણી બાજુના અંક કરતાં ડાબી બાજુના અંકનું સ્થાન દશગણું વધારે મૂલ્ય બતાવે છે, તેની પછીના ડાબી બાજુના અંકનું સ્થાન તેના કરતાં દશગણું વધારે મૂલ્ય બતાવે છે. આ રીતે ૨૩૭નેા અર્થ નીચે પ્રમાણે થાય છે:

૨	૩	૭
|	|	|
સો	દશક	એકમ

૭ નું સ્થાન એકમનું છે, માટે તેને એકથી ગુણવા. આ રીતે ૭ × ૧ = ૭ આવે.

૩ નું સ્થાન દશકનું છે, માટે તેને દશથી ગુણવા. આ રીતે ૩ × ૧૦ = ૩૦ આવે.

૨ નું સ્થાન સેાનું છે, માટે તેને સેાથી ગુણવા. આ રીતે ૨ × ૧૦૦ = ૨૦૦ આવે.

આ ત્રણેયના સરવાળા જેટલું મૂલ્ય ઉપરની સંખ્યા દર્શાવે છે. જેમકે—

```
   ૭
  ૩૦
 ૨૦૦
----
 ૨૩૭
```

આ પરથી સંખ્યાઓની બાબતમાં અંકસ્થાનેાનું કેટલું મહત્ત્વ છે, તે સમજી શકાશે.

આપણા પ્રાચીન ગણિતોમાં ૧૮ અંક સુધીની સંખ્યાઓ બતાવવામાં આવી છે. જેમકે—

(૧)	૧	એક
(૨)	૧૦	દશ
(૩)	૧૦૦	સો
(૪)	૧,૦૦૦	હજાર
(૫)	૧૦,૦૦૦	દશ હજાર (અયુત)
(૬)	૧૦૦,૦૦૦	લાખ
(૭)	૧,૦૦૦,૦૦૦	દશ લાખ (પ્રયુત)
(૮)	૧૦,૦૦૦,૦૦૦	ક્રોડ
(૯)	૧૦૦,૦૦૦,૦૦૦	દશ ક્રોડ (અર્બુદ)
(૧૦)	૧,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	અબજ
(૧૧)	૧૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	દશ અબજ (ખર્વ)
(૧૨)	૧૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	નિખર્વ
(૧૩)	૧,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	મહાપદ્મ
(૧૪)	૧૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	શંકુ
(૧૫)	૧૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	જલધિ
(૧૬)	૧,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	અંત્ય
(૧૭)	૧૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	મધ્ય
(૧૮)	૧૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦	પરાર્ધ

આમાં જમણા હાથથી ગણુતા જેટલામો અંક હોય તેટલામું આ સંખ્યાનું સ્થાન ગણાય. દાખલા તરીકે જમણા હાથથી ડાબી તરફ ગણતાં ત્રીજો આંકડો હોય તો સોના

સ્થાને ગણાય, છઠ્ઠો આંકડો હોય તો લાખના સ્થાને ગણાય અને દશમો આંકડો હોય તો અબજના સ્થાને ગણાય.

આ અંકસ્થાન પ્રમાણે રકમો બોલવામાં આવે છે. દાખલા તરીકે ૧ ૨ ૯ ૭ ૪ ૫ ૮ ૨ ૯ ૬ ૫ ૩ ૭ ૧ ૬ ૨ ૪ ૩ ની રકમ બોલવી હોય તે નીચે પ્રમાણે બોલાય :

એક પરાર્ધ, બે મધ્ય, નવ અંત્ય, સાત જલધિ, ચાર શંકુ, પાંચ મહાપદ્મ, આઠ નિખર્વ, ઓગણત્રીસ અબજ, પાંસઠ ક્રોડ, સાડત્રીશ લાખ, સોળ હજાર, બસો ને તેંતાલીશ.

એક અંકસ્થાન ઓછું કે વત્તું થઈ જાય તો તેના મૂલ્યમાં ભારે પરિવર્તન થઈ જાય છે. આ હકીકત નીચેના દૃષ્ટાંતથી સમજી શકાશે :

માત્ર એક શૂન્ય ઓછું !

એક વાર એક કાબેલ નાણાંપ્રધાને રાજ્યની આવકનો હેવાલ રજૂ કરતાં જણાવ્યું કે 'ગયા વર્ષે મહેસુલની આવક એકડા પર નવ શૂન્યો ચડાવીએ એટલી હતી, પણ આ વર્ષે ખરાબ સંયોગોને લીધે તેમાં એક શૂન્યનો ઘટાડો થયો છે.'

નાણાંપ્રધાને આ વાત એટલા ઠાવકા મોઢે રજૂ કરી હતી કે તેમાં ધારાસભ્યોને કંઈ ગંભીર લાગ્યું નહિ. તેઓ તો એમ જ સમજ્યા કે આ એક મામૂલી ફેરફાર છે, પરંતુ બીજા દિવસે જ્યારે તેમણે વર્તમાનપત્રો જોયા અને તેની ટીકાઓ વાંચી, ત્યારે આંખ ઉઘડી ગઈ. ઘણાંખરાં વર્તમાનપત્રોએ પ્રથમ

પાને છાપ્યું હતું કે 'આ વર્ષની મહેસુલમાં ભયંકર ઘટાડો' અને તેમાં નીચે પ્રમાણે આંકડા પ્રસિદ્ધ કર્યા હતા :—

૧,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦ એક અબજ રૂપિયા, ગયા વર્ષનું મહેસુલ.
૧૦૦,૦૦૦,૦૦૦ દશ ક્રોડ રૂપિયા, આ વર્ષનું મહેસુલ.
૯૦૦,૦૦૦,૦૦૦ નેવું ક્રોડનો ઘટાડો.

આ ઘટનાને અનુલક્ષીને વર્તમાનપત્રોએ કેવી ટીકાઓ કરી, તે અહીં રજૂ કરવાની જરૂર નથી, પણ નવમા સ્થાનમાં રહેલો એક આંકડો ઉડી જાય, તો સંખ્યાના મૂલ્યમાં કેટલું પરિવર્તન થાય છે, તે આ પરથી સમજી શકાશે.

તે અંગે બીજું રમુજી દૃષ્ટાંત નીચે મુજબ છે :

ચોરે ચેક્યો ચોગડો

ત્રણ તગ્ગા ને ચોગડો, બંને બાજુ સોળ;
ચોરે ચેક્યો ચોગડો, થઈ ગઈ કાગારોળ.
પૂછું તમને પ્રેમથી, થઈ કેટલી હાણ ?
ઉત્તર જો મુખથી કહો, માનું ચતુર-સુજાણ.

એક ગૃહસ્થ પાસે એટલી રકમ હતી કે વચ્ચે ત્રણ તગડા અને એક ચોગડો આવે તથા તેની બંને બાજુ સોળ-સોળની સંખ્યા આવે. હવે એક વાર કેટલાક ચોરોએ તેના મકાન પર ધાડ પાડી અને બેફામ લૂંટ ચલાવી. આથી ત્યાં ભારે કાગારોળ મચી ગઈ. ત્યારે એ ચોરો આ રીતે લૂંટ ચલાવીને ત્યાંથી ચાલ્યા ગયા, ત્યારે પેલા ગૃહસ્થે

પોતાની રકમ ગણી તો તેમાંથી ચોગડો ઓછો થઈ ગયો હતો. હું તમને પ્રેમથી પૂછું છું કે આ બનાવ બનતાં પેલા ગૃહસ્થને કુલ કેટલા રૂપિયાની હાનિ થઈ? જો તેનો ઉત્તર મૌખિક આપો તો હું સમજીશ કે તમે ચતુર–સુજાણ છો.

પરંતુ આનો જવાબ મૌખિક કેટલા આપી શકશે? તે માટે તો કાગળ અને પેનસીલનો જ ઉપયોગ કરવો પડશે.

૧૬૩૩૩૪૧૬ મૂળ રકમ

૧૬૩૩૩૧૬ બાકી રહેલી રકમ.

આમાંથી ચોગડો ચાલ્યો ગયો છે.

૧૪૭૦૦૧૦૦ લૂંટાયેલી રકમ.

આનો અર્થ એ થયો કે એ ગૃહસ્થની મૂડીનો ઘણો મોટો ભાગ લૂંટાઈ ગયો હતો. પ્રથમ તેની ગણતરી ક્રોડાધિપતિમાં થતી હતી, તે હવે લખપતિની કોટિમાં આવી ગયો. ક્યાં એક ક્રોડ અને ત્રેસઠ લાખ ઉપરાંતની રકમ અને ક્યાં સોળ લાખ તેત્રીશ હજાર ત્રણસો ને સોળની રકમ!

સંખ્યામાં એક અંક વધી જાય તો પણ તેના મૂલ્યમાં મોટું પરિવર્તન થાય છે. દાખલા તરીકે એક વેપારી પેઢીએ કોઈ આસામીને ૧૨૮૬૩ રૂપિયાનો ચેક આપ્યો હતો. હવે તે આસામીએ આ રકમની આગળ ૫ ઉમેરી દીધો અને સંખ્યાદર્શક 'બાર હજાર આઠસો ને ત્રેસઠ પૂરા' એ શબ્દો કોઈ રસાયણિક વસ્તુનો ઉપયોગ કરી કાઢી નાખ્યા અને તેનાં સ્થાને 'એક લાખ અઠ્ઠાવીસ હજાર છસો ને પાંત્રીશ પૂરા' એવા શબ્દો લખી નાખ્યા. આ તર્કટ એટલી સીફતથી કર્યું

હતું કે બેંકના કાર્યકર્તાઓને તે અંગે કશો શક આવ્યો નહિ અને તેમણે એ ચેકની રકમ ચૂકવી આપી. પાછળથી હિસાબ મેળવ્યો ત્યારે ખબર પડી કે આ તો ભયંકર ગોટાળો થયો છે. આ રીતે ૧ અંક વધારતાં મૂળ સંખ્યામાં કેટલો ફેર પડ્યો? તે જુઓ.

૧૨૮૬૩૫
  ૧૨૮૬૩

૧૧૫૭૭૨ એક લાખ પંદર હજાર સાતસો ને બોંતેર.

સંખ્યામાં કોઈ પણ અંક વધે ત્યારે પાછળના અંકોનું સ્થાન બદલાઈ જાય છે અથવા તો તે રકમ દશગણી થઈ જાય છે અને પછી જ તેટલો અંક ઉમેરાય છે, એ વાત આપણા લક્ષ્યમાં બરાબર આવવી જોઈએ.

૨ માં આગળ ૫ લખાય તો ૨૫ થાય. આનો અર્થ એ થયો કે જે ૨ એકમના સ્થાને હતો; તે દશકના સ્થાને ગયો અને નવો ૫ એકમના સ્થાને આવ્યો. હવે ૨ દશકના સ્થાને ગયો એટલે તેણે ૨૦ નું મૂલ્ય ધારણ કર્યું. તેમાંથી મૂળ ૨ બાદ જતાં તેણે કુલ ૧૮ નો વધારો કર્યો. આમ ૨ ના ૨૫ થતાં કુલ ૧૮ + ૫ = ૨૩ નું મૂલ્ય વધવા પામ્યું. અન્ય રીતે કહીએ તો ૨ ની સંખ્યા દશગણી બની એટલે તે ૨૦ થઈ અને તેમાં ૫ ઉમેરાતાં કુલ ૨૫ થયા.

હજી થોડા આગળ વધીએ. ૨૫ ની આગળ ૭ લખીએ તો ૨૫૭ થાય. આનો અર્થ એ થયો કે મૂળ રકમમાં ૫

એકમના સ્થાને હતો, તે દશકના સ્થાને ગયો અને ૨ દશકના સ્થાને હતો, તે સો ના સ્થાને ગયો; તથા નવો ઉમેરાયેલો ૭ એકમના સ્થાને આવ્યો. બીજી રીતે કહીએ તો આગળ ૭ ઉમેરાતાં ૨૫ ની સંખ્યા દશગણી બની એટલે કે તે ૨૫૦ ની થઈ અને તેમાં ૭ ઉમેરાયો.

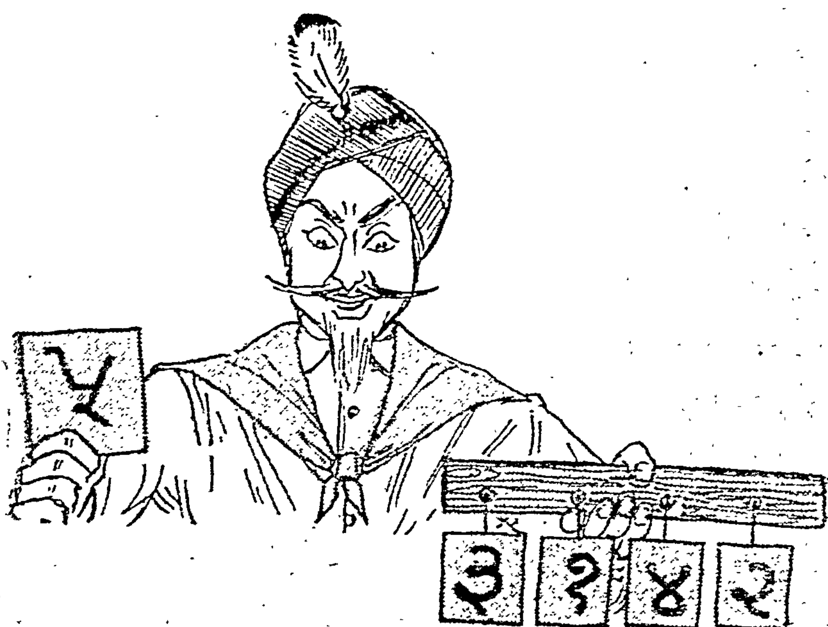
ટૂંકમાં સંખ્યાઓની બાબતમાં અંકસ્થાન ઘણી મહત્ત્વની વસ્તુ છે, એટલે તેને બરાબર લક્ષ્યમાં રાખવા જોઈએ.

આ પ્રકરણ પૂરું કરતાં એ પણ જણાવી દેવું જરૂરનું છે કે અહીં દર્શાવેલા ૧૮ અંકસ્થાનો શ્રી ભાસ્કરાચાર્યે '**લીલાવતી ગણિત**' માં બતાવ્યા મુજબનાં છે. પરંતુ તેમનાથી લગભગ ત્રણસો વર્ષ પૂર્વે એટલે ઈ. સ. ૮૫૦ માં દક્ષિણ દેશમાં શ્રી મહાવીરાચાર્ય નામના એક મહાન ગણિતશાસ્ત્રી થઈ ગયા. તેમણે '**ગણિતસારસંગ્રહ**' નામનો એક સુંદર ગ્રંથ લખેલો છે. આ ગ્રંથ સને ૧૯૧૨ માં મદ્રાસ સરકાર તરફથી અંગ્રેજી અનુવાદ સાથે અને સને ૧૯૬૩ માં જીવરાજ જૈન ગ્રંથમાળા–સોલાપુર તરફથી હિંદી અનુવાદ સાથે પ્રસિદ્ધ થયેલો છે. તેમાં ચોવીસ અંકસ્થાનોની ગણના નીચે મુજબ બતાવેલી છે:

અંકસ્થાન	સંજ્ઞા	અંકસ્થાન	સંજ્ઞા
પહેલું	એક	પાંચમું	દશ સહસ્ર
બીજું	દશ	છઠ્ઠું	લક્ષ
ત્રીજું	શતક	સાતમું	દશ લક્ષ
ચોથું	સહસ્ર	આઠમું	કોટિ

નવમું	દશકોટિ	સત્તરમું	ક્ષોણી
દશમું	શતકોટિ	અઢારમું	મહાક્ષોણી
અગિયારમું	અર્બુદ	ઓગણીસમું	શંખ
બારમું	ન્યર્બુદ	વીસમું	મહાશંખ
તેરમું	ખર્વ	એકવીસમું	ક્ષિત્યા
ચૌદમું	મહાખર્વ	બાવીશમું	મહાક્ષિત્યા
પંદરમું	પદ્મ	ત્રેવીશમું	ક્ષોભ
સોળમું	મહાપદ્મ	ચોવીશમું	મહાક્ષોભ

આથી એમ લાગે છે કે દક્ષિણ ભારતમાં અંકગણનાની એક જુદી પરંપરા ચાલતી હશે.



[૩]

શૂન્યનું સામર્થ્ય

એક નાગણ ગુંચળું વાળીને ચૂપચાપ પડી હોય અને આપણે માની લઈએ કે તેનામાં કંઈ દમ નથી, અથવા તો તે મરી ગયેલી છે; પરંતુ લાકડીનો સ્પર્શ થતાં જ તે સળવળી ઉઠે અને જોરથી દોડવા લાગે તો શું કહેશો ? શૂન્યનું પણ આવું જ છે. સામાન્ય સંયોગોમાં તે કંઈપણ સામર્થ્ય બતાવ્યા વિના ચૂપચાપ પડી રહે છે, પણ અંકનું અવલંબન મળ્યું કે સળવળી ઉઠે છે અને મૂલ્ય દર્શાવવાની દિશામાં જોરથી ગતિ કરવા લાગે છે. આ સંયોગોમાં શૂન્ય નિરર્થક છે, તેનું મૂલ્ય કંઇ નથી, એમ કહીએ તો એ એક પ્રકારનું સાહસ લેખાશે. એક રાજાએ શૂન્યનું મૂલ્ય કંઈપણ માન્યું નહિ, તો તેનો ખજાનો ખાલી થઈ ગયો. તે આ પ્રમાણે :

રાજા અને વૃદ્ધ વિપ્રની વાત

એક વૃદ્ધ વિપ્રના આશીર્વાદથી રાજાને ત્યાં પુત્રનો જન્મ થયો. આથી રાજા ઘણો ખુશ થયો અને તેણે એ વિપ્રને દક્ષિણા માગવાનું કહ્યું. હવે એ વૃદ્ધ વિપ્ર ઘણો

ચતુર હતો, એટલે તેણે સ્પષ્ટ શબ્દોમાં દક્ષિણાનું નામ ન પાડતાં નીચે પ્રમાણે વિનંતિ કરી :

'હે મહારાજ ! મેં આ કાગળમાં નાનામાં નાના ગણાતા ત્રણ સમાન અંકો લખ્યા છે, પણ શ્રી ગજાનન* પોતાની એક બાજુ રિદ્ધિ અને બીજી બાજુ સિદ્ધિ વિના શોભતા નથી, તેમ આ અંકો પણ બંને બાજુ શૂન્ય વિના શોભતા નથી. માટે કૃપા કરીને આપના શુભ હસ્તે દરેક અંકની આગળ-પાછળ એકેકું શૂન્ય ઉમેરી દો અને તેના જેટલા સોનૈયા મને દક્ષિણામાં આપો. મારે આથી વિશેષ કંઈ જોઈતું નથી.'

રાજાનો એવો ખ્યાલ હતો કે શૂન્યનું મૂલ્ય કંઈ પણ હોતું નથી, એટલે તેણે એ વૃદ્ધ વિપ્રની માગણી મંજૂર કરી અને કાગળ પર લખેલા ત્રણેય અંકની આગળ-પાછળ શૂન્ય ઉમેરી દીધાં. પછી પોતાના ખજાનચીને હુકમ કર્યો કે આ વૃદ્ધ બ્રાહ્મણને હમણાં ને હમણાં આ કાગળમાં લખ્યા મુજબ સોનૈયા, ચૂકવી આપો.'

એ તો રાજાનો હુકમ, તેનું ઉલ્લંઘન થઈ શકે નહિ, એટલે ખજાનચીએ કાગળમાં લખ્યા મુજબ સોનૈયા વૃદ્ધ વિપ્રને ચૂકવી આપ્યા.

ત્રણ નાનામાં નાના સમાન અંકો એટલે ૧૧૧. તે દરેક અંકની આગળ અને પાછળ શૂન્ય ઉમેરતાં પરિણામ નીચે મુજબ આવે :

૦૧૦૦૧૦૦૧૦

* શ્રી ગણપતિ અથવા ગણેશને ગજનું મસ્તક હોવાથી ગજાનન કહે છે.

આ તો થઈ એક ક્રોડ, દશ હજાર ને દશની રકમ! આટલા સોનૈયા હાથમાં આવે તો સાત પેઢીનું સાજું થઈ જાય, એ દેખીતું છે. વૃદ્ધ વિપ્રના આનંદનો પાર રહ્યો નહિ, પણ તે ચૂકવતાં રાજાનો ખજાનો ખાલી થઈ ગયો.

જો રાજા શૂન્યનું સામર્થ્ય સમજ્યો હોત તો તેણે વૃદ્ધ વિપ્રની માગણીને ભાગ્યે જ મંજૂર રાખી હોત; અથવા તો એમ જણાવ્યું હોત કે 'હે વિપ્રવર્ય! સતી સ્ત્રીઓ હમેશાં પતિની પાછળ જ ચાલે છે અને તેમાં જ તેની શોભા છે. તેમ તમે લખેલાં અંકો પણ પાછળ શૂન્ય ઉમેરવાથી જ વધારે શોભશે.' અને તેણે દરેક અંકના બે શૂન્ય ગણીને કુલ છ શૂન્યો ૧૧૧ની પાછળ ઉમેરી દીધા હોત. આથી તેને એક પણ સોનૈયો વધારે આપવો પડત નહિ. ૧૧૧ લખીએ કે ૦૦૦૦૦૦૧૧૧ લખીએ તેના મૂલ્યમાં ફેર શો? પણ રાજાનો ખ્યાલ એવો જ હતો કે શૂન્યનું મૂલ્ય કંઈ પણ નથી, એટલે તેણે વધારે વિચાર કર્યા વિના એકની આગળ–પાછળ શૂન્ય વધારી દીધાં અને તેનું પરિણામ ઉપર જણાવ્યું તેમ, નહિ ધારેલું એટલું ખરાબ આવ્યું.

શૂન્ય દ્વારા સંખ્યામાં કેટલું સામર્થ્ય આવે છે, તેનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ ઘણાને હોતો નથી. આજે અબજનો વ્યવહાર સામાન્ય થઈ પડ્યો છે. ખાસ કરીને કરવેરા તથા સંરક્ષણના ખર્ચની રકમો તો અબજમાં જ પ્રસિદ્ધ થાય છે, પણ અબજ એ કેવડી મોટી રકમ છે? તે નીચેનાં દૃષ્ટાંતોથી સમજી શકાશે:

લખવાની ફાઉન્ટન પેન સામાન્ય રીતે ૬ ઇંચના કદની

હોય છે. આવી એક અબજ ફાઉન્ટન પેનને એક પંક્તિમાં ગોઠવીએ તો એ પંક્તિ આશરે એક લાખ માઈલ લાંબી થાય, એટલે કે દુનિયાના ગોળાને ચાર વાર વીંટળાઈ વળે અને છતાં બાર હજાર માઈલ વધે.

આ જાણ્યા પછી ઘણાને અચંબ થઈ પડશે, પણ આંકડા માંડીએ તો વસ્તુસ્થિતિ સ્પષ્ટ થઈ જશે.

૭ ઈંચની ૨ ફાઉન્ટન પેનને સાથે મૂકીએ એટલે ૧ ફુટ થાય, એ હિસાબે ૧૦૫૬૦ ફાઉન્ટન પેનને મૂકીએ એટલે ૧ માઈલ થાય. ગણવાની સરલતા ખાતર તેને ૧૦૦૦૦ માની લઈએ, તો ૧ લાખ ફા-પેને ૧૦ માઈલ થાય. ૧ ક્રોડ ફા-પેને ૧૦૦૦ માઈલ થાય અને ૧ અબજ ફા-પેને ૧૦૦૦૦૦૦ માઈલ થાય.

હાલ તો ભારતમાં કોઈ અબજપતિ નથી, પરંતુ માની લઈએ કે એક વ્યક્તિ અબજપતિ છે અને તેની પાસેનું બધું જ નાણું ૧ રૂપિયાની કરંસી નોટમાં છે. જો આ કરંસી નોટની જાડાઈ ઈંચના સોમા ભાગ જેટલી હોય તો પણ એનો ઢગલો ૧ ક્રોડ ઈંચ ઊંચો થાય, એટલે કે ૮૩૩૩૩૩$\frac{૧}{૩}$ આઠ લાખ તેત્રીશ હજાર ત્રણસો ને તેત્રીસ ઉપરાંત એક તૃતીયાંશ ફુટની ઊંચાઈને ધારણ કરે કે જે હિમાલયના સહુથી ઊંચા એવરેસ્ટ શિખર કરતાં આશરે ૨૭ ગણી મોટી છે.

એક અબજપતિ રોજના ૧૦૦૦ રૂપિયા ખર્ચ કરે તો વર્ષમાં ૩૬૦૦૦૦ ત્રણ લાખ ને સાઠ હજાર વપરાય. માની

લઈએ કે તે વર્ષે દહાડે ૪૦,૦૦૦ રૂપિયાની સખાવત કરે છે, તો એ રકમ ચાર લાખની થાય. હવે તે આ જ ધોરણે ખર્ચ કરવાનું ચાલુ રાખે તો પણ તેની મિલકત પૂરી થવાને ૨૫૦૦ વર્ષ જોઈએ! હિસાબ સીધો છે. વર્ષના ૪ લાખ તો ૨૫ વર્ષના ક્રોડ. તેના પર બે શૂન્ય ચડે એટલે સામે અબજની સંખ્યા આવી જાય.

જ્યાં અબજનું આવું સામર્થ્ય છે, ત્યાં ખર્વ, નિખર્વ, મહાપદ્મ, શંકુ, જલધિ, અંત્ય, મધ્ય કે પરાર્ધની વાત શી કરીએ? પરંતુ ખગોળશાસ્ત્રીઓને ગ્રહોની ઉંમર તથા ગ્રહોના અંતર વગેરે દર્શાવવા માટે આવી કે આથી પણ મોટી સંખ્યાઓની જરૂર પડે છે. દાખલા તરીકે તેમણે ઘણા સંશોધન પછી સૂર્યની ઉંમર ૧૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦,૦૦૦ એક શંકુ વર્ષની જણાવી છે.

જો શૂન્ય ન હોત તો માત્ર ૧ થી ૯ સુધીના અંકો જ રહ્યા હોત અને સંખ્યાઓ આગળ વધી શકી ન હોત. આ સંયોગોમાં આપણા વ્યવહારમાં, વ્યાપારમાં તથા વૈજ્ઞાનિક સંશોધનોમાં મોટી અડચણો ઊભી થઈ હોત. દાખલા તરીકે એક મહિનામાં ૩૦ દિવસો આવે છે, તેમાં ૩૦નો વ્યવહાર શૂન્યના આધારે થાય છે, પણ શૂન્ય ન હોય અને માત્ર ૧ થી ૯ સુધીના જ અંકો હોય તો એમ કહેવું પડે કે એક મહિનામાં નવ, નવ, નવ અને ત્રણ દિવસો આવે છે. પરંતુ આગળ વધીને વર્ષના દિવસો કહેવા હોય તો? ત્યાં શૂન્યના આધારે તો સરલતાથી કહી શકાય કે વર્ષમાં

૩૬૦ દિવસો હોય છે. પરંતુ માત્ર ૧ થી ૯ સુધીના અંકોના આધારે જ કહેવું હોય તો એમ કહેવું પડે કે એક વર્ષમાં નવ વાર નવ, બીજા નવ વાર નવ, ત્રીજા નવ વાર નવ, ચોથા નવ વાર નવ તથા ચાર વાર નવ એટલા દિવસો આવે છે.

(૧) નવ વાર નવ = ૮૧
(૨) ,, ,, ,, = ૮૧
(૩) ,, ,, ,, = ૮૧
(૪) ,, ,, ,, = ૮૧
(૫) ચાર ,, ,, = ૩૬

૩૬૦

આ પરથી સમજી શકાશે કે ગણનાની બાબતમાં શૂન્યે આપણને કેટલી સરલતા કરી આપી છે.

આજે જગતભરના દેશોમાં પૈસાના ચલણ અંગે તથા વસ્તુઓના વજન અને માપ અંગે દશાંશ–પદ્ધતિ અમલમાં આવી ગઈ છે, તેનું ખરું શ્રેય શૂન્યને જ ઘટે છે. જો શૂન્ય ન હોત તો ૧૦–દશનો આંક સર્જાત નહિ અને દશના આંક સર્જાત નહિ તો દશાંશ–પદ્ધતિ અમલમાં આવત નહિ.

થોડીક રમુજ

હવે અંકની સાથે ૦ જોડાતાં જે રમુજ ઉત્પન્ન થાય છે, તે પણ જોઈ લઈએ.

૧ ની સાથે ૦ જોડાય તો એક ૯ તથા ૧ નું પ્રમાણ

બતાવે છે. ૨ ની સાથે ૦ જોડાય તો બે ૯ તથા ૨ નું પ્રમાણ બતાવે છે. આ રીતે જે અંક સાથે જોડાય તેટલા નવ અને તેટલા અંક દર્શાવે છે. આ રહી તે માટેની તાલિકા....

૧૦ ૧ × ૯ = ૯ + ૧ = ૧૦

૨૦ ૨ × ૯ = ૧૮ + ૨ = ૨૦

૩૦ ૩ × ૯ = ૨૭ + ૩ = ૩૦

૪૦ ૪ × ૯ = ૩૬ + ૪ = ૪૦

૫૦ ૫ × ૯ = ૪૫ + ૫ = ૫૦

૬૦ ૬ × ૯ = ૫૪ + ૬ = ૬૦

૭૦ ૭ × ૯ = ૬૩ + ૭ = ૭૦

૮૦ ૮ × ૯ = ૭૨ + ૮ = ૮૦

૯૦ ૯ × ૯ = ૮૧ + ૯ = ૯૦

૧૦૦ ૧૦ × ૯ = ૯૦ + ૧૦ = ૧૦૦

આગળ—

૧૨૦ ૧૨ × ૯ =૧૦૮ + ૧૨ = ૧૨૦

૩૦૦ ૩૦ × ૯ =૨૭૦ + ૩૦ = ૩૦૦

૭૦૦ ૭૦ × ૯ =૬૩૦ + ૭૦ = ૭૦૦

આ વિવેચનનો સાર એ છે કે ગણિતમાં ગહનતા લાવનારું શૂન્ય છે અને તેનું સામર્થ્ય ઘણું મોટું છે, તેથી શૂન્ય તરફ જરા પણ ઉપેક્ષા કરવી નહિ.

[૪]

ગણિતની વિશિષ્ટ પ્રજ્ઞા

આ જગતમાં કેટલાક મનુષ્યો ગણિતની વિશિષ્ટ પ્રજ્ઞા સાથે જન્મ ધારણ કરે છે, એટલે તેઓ થોડી મીનીટોમાં જ ગણિતના મોટા મોટા દાખલાઓનો જવાબ મોઢેથી આપી દે છે તથા વિરાટ સંખ્યાઓ માત્ર એક જ વાર સાંભળીને તેને યથાક્રમ કહી સંભળાવે છે.

લંડનનિવાસી જી. પી. બીડર સીવીલ એન્જિનિયર હતા. તેઓ જ્યારે માત્ર ૧૦ વર્ષની ઉંમરના હતા, ત્યારે તેમને નીચેની સંખ્યા સંભળાવવામાં આવી હતી:

૨૫૬૩૭૨૧૯૮૭૬૫૩૪૬૧૫૯૮૭૪૬૨૩૧૯૦૫૬૦૭૫ ૪૧૧૨૮૯૭૫૨૩૧

આ સંખ્યા સાંભળ્યા પછી તરત જ તેઓ એને અંકવાર બોલી ગયા હતા. જેમકે—બે, પાંચ, છ, ત્રણ, સાત, બે વગેરે. એક કલાક પછી ફરી તેમને એ સંખ્યા પૂછવામાં

આવી, ત્યારે પણ એકેય ભૂલ વિના તેમણે એ આખી સંખ્યા યથાક્રમ કહી સંભળાવી હતી.

વિયેના વિશ્વવિદ્યાલયમાં એવરસ્ટોક નામનો વિદ્યાર્થી અંકસ્મૃતિ માટે વિખ્યાત હતો. એક વાર કેટલાક ગણિતજ્ઞો તથા વૈજ્ઞાનિકોએ સાથે મળીને તેની કસોટી કરી. તેમણે બોર્ડ પર સો અંકની એક લાંબી સંખ્યા લખી અને તેના પર નજર નાખવા માટે માત્ર થોડી જ સેકન્ડનો સમય આપ્યો. બાદ તે સંખ્યા ભૂંસી નાખવામાં આવી, પરંતુ એવરસ્ટોકે એટલા અલ્પ સમયમાં એ આખી સંખ્યા પર દૃષ્ટિપાત કરીને તેને યાદ રાખી લીધી હતી અને તેને યથાક્રમ કહી સંભળાવી હતી. આથી ગણિતજ્ઞો તથા વૈજ્ઞાનિકોના આશ્ચર્યનો પાર રહ્યો ન હતો.

પરંતુ આ કરતાં યે વધારે વિક્રમ તો બંગાળના સોમેશચંદ્ર બસુએ નોંધાવેલો છે. એક વાર ન્યુયોર્કમાં કોલંબિયા વિશ્વવિદ્યાલયના ગણિતવિભાગના અધ્યક્ષ પ્રો. સી. જે. કૈસરની અધ્યક્ષતામાં નીમાયેલી સમિતિએ નીચેની સંખ્યા બ્લેકબોર્ડ પર લખી તેનો વર્ગ કરવાનું જણાવ્યું હતું :

૬૫૦૧ ૮૭૩૪ ૪૬૩૧ ૪૩૫૪ ૮૨૨૩ ૫૧૭૭ ૩૩૯૧
૧૧૪૯ ૪૩૨૬ ૦૫૯૭ ૯૭૨૬ ૭૫૪૭ ૩૮૮૪ ૦૬૩૯ ૮૯૭૬

આ સાઠ અંકની સંખ્યાને તે જ સંખ્યાથી ગુણવાની હોય તો તેટલા અંક ગુણક તરીકે સ્થાપન કરવા પડે અને તેનો જવાબ ૧૨૦ અંકનો આવે. તે સિવાય ગુણાકારની

પ્રક્રિયામાં કોઈ અંકોનો આધાર લેવો પડતો હોય તે જુદો. પરંતુ બસુ મહાશયે આ તમામ અંકો યાદ રાખીને માત્ર ૪૫ મિનિટમાં જ તેનો યથાર્થ ઉત્તર આપ્યો હતો.

ત્યારબાદ કેટલાક વર્ષે એટલે સને ૧૯૩૧ના એપ્રિલ માસની ૧૮મી તારીખે ન્યુયોર્કમાં વાનડાઈક સ્ટુડિયોના માલીક અને જગવિખ્યાત કલાકાર શ્રી જોન ઓ. નીલે એક બ્લેકબોર્ડ પર નીચેની ગુણ્ય તથા ગુણક રકમ લખી તેનો ગુણાકાર કરવાને શ્રી બસુ મહાશયને જણાવ્યું હતું :–

૮૫૩૧, ૨૭૪૬, ૯૩૭૬, ૮૪૧૩, ૨૫૭૨, ૬૧૪૩, ૫૬૩૯, ૭૮૧૨, ૬૪૭૩, ૯૮૨૫, ૭૩૧૨, ૪૮૭૩, ૬૪૯૭, ૧૨૫૬, ૫૩૨૭, ૩૪૭૮, ૧૭૨૮, ૬૩૫૭, ૨૩૭૪, ૮૧૨૫, ૨૫૭૪, ૬૧૨૮, ૩૬૯૨, ૪૩૭૬, ૧૮૫૩.

×

૭૪૬૩, ૮૧૨૫, ૭૩૬૪, ૭૯૨૮, ૩૭૪૩, ૫૧૭૯, ૬૨૯૭, ૬૪૩૬, ૮૪૧૭, ૮૯૬૭, ૬૧૨૮, ૫૭૪૯, ૫૩૫૯, ૮૩૮૧, ૪૨૮૧, ૨૫૯૫, ૯૧૮૧, ૫૧૨૭, ૬૩૯૭, ૮૨૯૫, ૭૮૧૬, ૩૯૫૩, ૨૮૯૬, ૪૭૨૫, ૭૩૬૯.

એટલે કે તેમણે સો અંકની ગુણ્ય રકમ લખી હતી અને તેને સો અંકની ગુણક રકમે ગુણવાની હતી!!!

આંકડાઓની આ લાંબી હારમાળા પર બસુજીએ એકાગ્રચિત્તે દૃષ્ટિપાત કરી લીધો અને તેઓ તરત જ આંખો બંધ કરી તેનો ઉત્તર મનમાં ને મનમાં તૈયાર કરવા લાગ્યા. આ વખતે સ્ટુડિયોની બારી ખુલ્લી હતી અને રસ્તા પરથી

અનેક જાતનાં વાહનો પસાર થઈ રહ્યાં હતાં, એટલે તેનો અવાજ આવતો હતો, છતાં તેમના ધ્યાનનો ભંગ થયો નહિ. તેઓ તો પોતાની ગણનામાં જ મગ્ન રહ્યા. તેમણે પર (બાવન) મીનીટ અને ૩૦ (ત્રીશ) સેકન્ડમાં પોતાનો જવાબ તૈયાર કરી નાખ્યો અને તે એક કાગળ પર નીચે પ્રમાણે લખી આપ્યો :

૬૪૬૭, ૫૮૩૫, ૩૨૮૫, ૯૩૦૬, ૨૫૬૩, ૨૮૯૭, ૭૩૬૬, ૨૦૧૬, ૧૩૧૭, ૨૮૨૨, ૦૩૨૫, ૯૯૭૫, ૪૪૦૧, ૭૦૮૧, ૭૭૩૫, ૪૬૧૮, ૬૭૧૬, ૩૩૬૭, ૩૮૨૯, ૫૯૫૮, ૫૭૨૫, ૦૧૦૪, ૩૫૭૪, ૫૬૬૭, ૯૯૧૬, ૯૮૩૨, ૦૭૨૬, ૪૯૭૪, ૧૯૨૮, ૨૭૦૨, ૭૨૮૧, ૫૬૨૭, ૮૦૮૫, ૪૪૩૬, ૯૯૭૩, ૫૦૦૫, ૭૭૪૨, ૮૫૭૯, ૭૧૫૮, ૦૪૫૭, ૪૧૬૫, ૭૮૨૩, ૭૭૪૦, ૭૮૧૬, ૮૩૪૮, ૧૪૮૫, ૨૦૬૨, ૩૩૩૬, ૩૫૭૪, ૪૭૫૭.

અમારા ખ્યાલ મુજબ અંકસ્મૃતિને લગતો આ વિક્રમ મોટામાં મોટો છે, કારણ કે તેમાં ઓછામાં ઓછા ૪૦૦ અંકો યાદ રાખવામાં આવ્યા છે.

શ્રી સોમેશચંદ્ર બસુ બંગાળ પ્રાંતના ઢાકા જીલ્લાના બજરાજોગિની નામના ગામમાં એક સામાન્ય સ્થિતિના કુટુંબમાં જન્મ્યા હતા અને ગુરુદત્ત યોગપ્રક્રિયાના અભ્યાસથી આગળ વધ્યા હતા. તેઓ માત્ર ગુણાકાર જ નહિ, પણ ઘણી મોટી રકમના સરવાળા, બાદબાકી, ભાગાકાર વગેરે પોતાની યાદદાસ્તીને આધારે કરતા હતા.

કોઈ વાર કોઈએ તેમને પૂછ્યું કે—

૧૮૭૯૦૮૦૯૦૪ નું ઘનમૂળ શું?

તેનો ઉત્તર તેમણે માત્ર એક-બે સેકંડમાં જ આપી દીધો કે ૧૨૩૪.

બીજા એક પ્રસંગે તેમની સામે પ્રશ્ન રાખવામાં આવ્યો હતો કે—

૩૧૯,૯૩૯,૧૨૦,૬૫૯,૯૧૯,૧૨૩ નું ઘનમૂળ શું?

તેનો ઉત્તર તેમણે એક મીનીટમાં આપ્યો હતો કે ૬૮૩૯૪૭.

તાત્પર્ય કે અંકોને લગતી તેમની યાદદાસ્તી તથા પ્રજ્ઞા અજબ કોટિની હતી!

મહાશય જી. પી. બીડરે, તેમજ એવરસ્ટોકે પોતાની આ અંકસ્મૃતિ વિષે શો ખુલાસો આપ્યો છે, તે અમો જાણી શક્યા નથી, પણ અમારું એવું અનુમાન છે કે તેમની એ શક્તિ કુદરતી હતી, જ્યારે બસુ મહાશયે પોતાની આ શક્તિ વિષે ખુલાસો કરતાં જણાવ્યું છે કે 'મેં આ શક્તિ મનની એકાગ્રતા અને અભ્યાસ વડે પ્રાપ્ત કરી છે.'

તેમણે વિશેષમાં કહ્યું છે કે મારી સ્મરણશક્તિ બાલ્યાવસ્થાથી જ સારી હતી. જ્યારે હું આઠ વર્ષનો હતો, ત્યારે મનમાં ને મનમાં વિચાર કરીને સરવાળા-બાદબાકી બરાબર કરી દેતો. શાળામાં વિશેષ અભ્યાસ કરતાં ગણિતની કક્ષામાં હું સહુથી વધારે ઝડપથી મૌખિક ઉત્તરો આપી શકતો. જ્યારે હું વીશ વર્ષની ઉંમરનો થયો, ત્યારે ૧૪ અંકને ૧૪ અંકથી ગુણવા જેટલી શક્તિ

કેળવી શક્યો ને એ રીતે મારી શક્તિ ઉત્તરોત્તર વધતાં જતાં ૧૦૦ અંકને ૧૦૦ અંકથી ગુણવામાં સફળ નીવડ્યો.

વળી તેમણે એ પણ કહ્યું છે કે 'હું પ્રારંભથી જ મિતાહારી રહ્યો છું. તેમ જ પાણી પણ વિશેષ લેતો નથી. છેલ્લાં કેટલાંક વર્ષોમાં તો માત્ર રોજના ચાર પ્યાલા દૂધ પર જ નભ્યો છું અને કદી કદી થોડી દ્રાક્ષ લીધી છે. મારો સૂવાનો સમય રાત્રિના ૧૧ થી ૨ નો રહ્યો છે. બે વાગ્યે ઉઠી ગયા પછી હું ધ્યાનમાં બેસું છું અને ગુરુએ શીખવેલી પદ્ધતિથી મનની શક્તિઓને એકાગ્ર કરું છું. કોઈ પણ મનુષ્ય પોતાની ચિત્તવૃત્તિઓને એકાગ્ર કર્યા વિના સફળતા પ્રાપ્ત કરી શકતો નથી.'

[૫]

મોટી સંખ્યાઓ યાદ રાખવાની રીત

આપણા દેશમાં અનેક શતાવધાનીઓ થઇ ગયેલા છે અને તેમણે પણ ઘણી મોટી મોટી સંખ્યાઓ માત્ર એક વખત સાંભળીને યાદ રાખી બતાવી છે. તેમાં બે પ્રકારો જોવામાં આવ્યા છે : કેટલાકે પોતાની નૈસર્ગિક શક્તિથી એમ કરી બતાવ્યું છે; તો કેટલાકે તે માટે અમુક પદ્ધતિનો આશ્રય લીધેલો છે. આ પદ્ધતિ તે શબ્દપરિવર્તનની પદ્ધતિ છે, એટલે કે અંકોનું વર્ણમાં પરિવર્તન કરવું, તેમાંથી શબ્દો બનાવવા અને તેના આધારે એ સંખ્યા યાદ રાખવી.

સંખ્યા કરતાં શબ્દો સહેલાઇથી યાદ રહે છે, તે માટે આ પદ્ધતિ યોજવામાં આવી છે.

શબ્દપરિવર્તન–પદ્ધતિ

શબ્દપરિવર્તન માટે અમોએ નીચેની પંક્તિ નિયત કરેલી છે :

નારીગજ પ્રેમવંશ હે દાસ

આનો અર્થ એ છે કે—

૧	ની	જગાએ	ન	સ્થાપવો.
૨	,,	,,	ર	,,
૩	,,	,,	ગ	,,
૪	,,	,,	જ	,,
૫	,,	,,	પ	,,
૬	,,	,,	મ	,,
૭	,,	,,	વ	,,
૮	,,	,,	શ	,,
૯	,,	,,	હ	,,
૦	,,	,,	દ	,,

આમાં ગમે તે સ્વરની મદદ લઈ શકાય. દાખલા તરીકે ૧ ૨ ૩ ના સ્થાને ન ર ગ એવા વર્ણો લીધા, તો ત્યાં **'નારંગી'** એવો શબ્દ બનાવી શકાય. ૩ ૪ ૫ ના સ્થાને ગ જ પ એવા વર્ણો લીધા, તો **'ગંજીપો'** કે **'ગજપતિ'** એવો શબ્દ બનાવી શકાય. શબ્દરચના માટે ચોથો અક્ષર લેવામાં આવે તેને અંકની દૃષ્ટિએ નિરર્થક સમજવો.

આ મૂળભૂત વસ્તુ ધ્યાનમાં રાખ્યા પછી શબ્દરચનાની સરલતા ખાતર અન્ય વર્ણો પણ નીચે મુજબ લઈ શકાય :

૧ ન, ણ, ક, ખ

૨ ર, ટ, ઠ, ડ, ઢ

૩ ગ, ઘ.

૪ જ, ચ, છ, ઝ.
૫ પ, ફ.
૬ મ, બ, ભ.
૭ વ, ત, થ.
૮ શ, ષ, સ.
૯ હ, લ, ક્ષ.
૦ દ, ધ.

દાખલા તરીકે ૨ ૩ ૪ ની સંખ્યાનું શબ્દમાં પરિવર્તન કરવાનું છે, તો ર ગ જ એવા વર્ણો લીધા, પરંતુ તેનો જોઈએ તેવો સાર્થ શબ્દ બનતો નથી, તો આ વર્ણોની મદદથી '**ઠગ છે**' એવો શબ્દ બનાવી શકાય. અથવા ૬ ૭ ૮ ની સંખ્યાનું શબ્દમાં પરિવર્તન કરવાનું છે, ત્યાં મ વ શ એવા વર્ણો લીધા, પણ તેનો શબ્દ બનાવતાં ફાવતો નથી, તો બ વ શ લઈ તેનો '**બાવીશી**' એવો શબ્દ બનાવી શકાય. આ વસ્તુ કેટલોક અભ્યાસ જરૂર માગે છે.

શબ્દો તૈયાર થયા પછી અવધાનકારો તેને પોતાના મનમાં રહેલા ભૂમિકાચિત્રો સાથે જોડે છે કે જેનો ક્રમ તથા સ્વરૂપ નિયત થયેલાં હોય છે અને તેના આધારે શબ્દોનું ઉદ્બોધન કરી મૂળ અંકો કહી આપે છે.

અહીં દૃષ્ટાંત ખાતર ૧૫ અંકની સંખ્યા લઈશું ૧૫૩૨૬૮૪૯૧૦૮૩૪૭૨ આ સંખ્યાના ત્રણ ત્રણ આંકના ટૂકડા બનાવતાં ૧૫૩ ૨૬૮ ૪૯૧ ૦૮૩ અને ૪૭૨ એવા પાંચ ટુકડા બને છે. હવે તે દરેક ટુકડાનું શબ્દમાં પરિવર્તન કરવું જોઈએ, તે આ રીતે કરી શકાય :

૧ ૫ ૩ ન પ ગ, નપગો.
૨ ૬ ૮ ર મ શ, રમેશ.
૪ ૯ ૧ જ હ ન, જહાન અથવા જહોન.
૦ ૮ ૩ દ શ ગ, દશાંગ (ધૂપની એક જાત).
૪ ૭ ૨ જ વ ર, જવારા.

હવે ભૂમિકાચિત્રમાં અનુક્રમે નીચેનાં ચિત્રો છે :

પહેલું ચિત્ર–ઊનના દડાનું છે. ત્યાં સંબંધ એમ જોડવામાં આવે કે નપગો માણસ બેઠો બેઠો ઊનના દડા તૈયાર કરે છે, એટલે જ્યારે પણ ઊનના દડાનો વિચાર આવે, ત્યારે નપગો યાદ આવવાનો અને તેના આધારે ૧ ૫ ૩ એ અંકોનું ઉદ્બોધન થવાનું.

બીજું ચિત્ર–સુર એટલે વાજિંત્રનું છે. ત્યાં સંબંધ એમ જોડવાનો કે રમેશ હાર્મોનિયમ વગાડે છે. જો વાજિંત્રમાં વાયોલીન કે બીજા વાજિંત્રની ધારણા કરી હોય તો ત્યાં એ પ્રમાણે સંબંધ જોડાય કે રમેશ વાયોલીન વગાડે છે, વગેરે.

ત્રીજું ચિત્ર–ઘઉંના ખેતરનું છે. ત્યાં સંબંધ એમ જોડવાનો કે સારી જહાન ઘઉંના ખેતરો પર નભે છે. અથવા આ ઘઉંનું ખેતર જહોનની માલીકીનું છે અને તે રોજ ત્યાં આવે છે, વગેરે.

ચોથું ચિત્ર–જાઈનાં ફૂલોનું છે. ત્યાં સંબંધ એમ જોડવાનો કે એક થાળમાં પૂજા માટે જાઈનાં ફૂલો ભરેલાં છે અને તેની પાસે દશાંગ ધૂપ સળગી રહ્યો છે.

પાંચમું ચિત્ર–પાઉંનું છે. ત્યાં સંબંધ એમ જોડવાનો કે અમુક વ્યક્તિ પાઉંનો નાસ્તો કર્યા બાદ જવારા રોપે છે, વગેરે.

ભૂમિકાચિત્રો તો અવધાનકારના મસ્તિષ્કમાં સ્થિર જ હોય છે. તે એક પછી એક યાદ કરતાં અનુક્રમે નપગો, રમેશ, જહોન, દશાંગ અને જવારા શબ્દોનું ઉદ્‌બોધન થાય છે અને તેનું અંકમાં પરિવર્તન કરતાં ૧૫૩, ૨૬૮, ૪૯૧, ૦૮૩ અને ૪૭૨ એ અંકો કહી શકાય છે. અમે આ રીતે સો અંક સુધીની રકમોનું અવધારણ કરેલું છે.

સામાન્ય રીતે અવધાનકારો સંખ્યાવધારણના પ્રયોગમાં ૨૭, ૩૦, ૩૬ કે ૪૮ અંકની સંખ્યાઓ લે છે, તેના જુદા જુદા ટુકડાઓ વિલોમક્રમે થોડા થોડા સમયના અંતરે સાંભળે છે અને છેવટે તે બધાનું અનુસંધાન કરીને કલાકો બાદ તેની મૂળ રકમ કહી સંભળાવે છે, જે સાંભળતાં પ્રેક્ષકોના આશ્ચર્યનો પાર રહેતો નથી.

પ્રસિદ્ધ ગણિતજ્ઞ શ્રીઆર્યભટ્ટે સંખ્યાઓનું શબ્દમાં પરિવર્તન કરવા માટે કટપયાદિપદ્ધતિ યોજી હતી અને તેના આધારે દક્ષિણમાં કેરલપદ્ધતિ યોજાઈ હતી.

અરબ્બી તથા ફારસી ભાષામાં પણ અંકોનું શબ્દમાં પરિવર્તન કર્યાના કેટલાક દાખલાઓ મળી આવે છે, એટલે અંકનું શબ્દમાં પરિવર્તન કરવાની પદ્ધતિ પરત્વે ઘણા પ્રાચીન કાલથી સુજ્ઞોનું ધ્યાન ખેંચાયેલું છે અને તે આજે પણ અંકો યાદ રાખવાની બાબતમાં પોતાનું વિશિષ્ટ સ્થાન ધરાવે છે.

[૬]

અંકસ્મૃતિનો એક વિલક્ષણ પ્રયોગ

અંક–જાદુગરો (Mathemagicians) અંકસ્મૃતિનો એક વિલક્ષણ પ્રયોગ કરી બતાવે છે. તેઓ આંકડાથી ઉભરાતું એક બોર્ડ પ્રેક્ષકોની સમક્ષ ધરે છે જેને '**અંકસાગર**' કે એવું જ બીજું કોઈ નામ આપે છે. અંકસાગર એટલે આંકડાઓનો સમુદ્ર. તેમાં દશ–દશ અંકની એક એવી સંખ્યાબંધ રકમો લખેલી હોય છે. આમાંની દરેક સંખ્યાની ઉપર નંબર લખેલો હોય છે. જિજ્ઞાસુ તે અંકની રકમ બોલવા કહે તો અંક–જાદુગર આંખ બંધ કરી ધીમે ધીમે તેમાંના બધા અંકો યથાક્રમ બોલી જાય છે. આથી પ્રેક્ષકો આશ્ચર્યમાં ડૂબી જાય છે કે આ તે કેવી અજબ સ્મૃતિ!

અહીં અંકસાગરમાં ૪૯ સંખ્યાઓ લીધી છે અને તેને આડી–અવળી ગોઠવી છે. જેમકે—

૨૩	૩૯
૪૩૭૦૭૭૪૧૫૬	૦૫૫૦૫૫૦૫૫૦

૨	૪૫
૩૧૪૫૯૪૩૭૦૭	૬૫૧૬૭૩૦૩૩૬
૯	૩૭
૦૨૨૪૬૦૬૬૨૮	૮૪૨૬૮૪૨૬૮૪
૨૧	૫
૨૩૫૮૩૧૪૫૯૪	૬૧૭૮૫૩૮૧૯૦
૨૯	૧૨
૦૪૪૮૨૦૨૨૪૬	૩૨૫૭૨૯૧૦૧૧
૪૯	૧૪
૦૬૬૨૮૦૮૮૬૪	૫૨૭૯૬૫૧૬૭૩
૩૧	૨૭
૨૪૬૦૬૬૨૮૦૮	૮૩૧૪૫૯૪૩૭૦
૧૮	૨૨
૯૨૧૩૪૭૧૮૯૭	૩૩૬૯૫૪૯૩૨૫
૩૦	૩૪
૧૪૫૯૪૩૭૦૭૭	૫૪૯૩૨૫૭૨૯૧
૪૬	૩
૭૫૨૭૯૬૫૧૬૭	૪૧૫૬૧૭૮૫૩૮
૪૪	૧૧
૫૫૦૫૫૦૫૫૦૫	૨૨૪૬૦૬૬૨૮૦
૩૩	૧૩
૪૪૮૨૦૨૨૪૬૦	૪૨૬૮૪૨૬૮૪૨
૨૪	૪૭
૫૩૮૧૯૦૯૯૮૭	૮૫૩૮૧૯૦૯૯૮

અંકનો સરવાળો કરતાં જવું. તેમાં દશક છોડી દેવા અને માત્ર એકમ ગ્રહણ કરવા. આ રીતે બાકીના આઠ અંક બોલી જતાં દશ અંકની રકમ બરાબર બોલી શકાય છે. જેમકે—

જિજ્ઞાસુએ છઠ્ઠી સંખ્યા પૂછી,

તો ૬ + ૧૧ = ૧૭. તેને ઉલટાવતાં ૭૧. આ બે અંકો પ્રથમ લખેલા છે.

હવે ૭ + ૧ = ૮ તો ૮ એ ત્રીજો અંક
૧ + ૮ = ૯ તો ૯ એ ચોથો અંક
૮ + ૯ = ૧૭ તો ૭ એ પાંચમો અંક
૯ + ૭ = ૧૬ તો ૬ એ છઠ્ઠો અંક
૭ + ૬ = ૧૩ તો ૩ એ સાતમો અંક
૬ + ૩ = ૯ તો ૯ એ આઠમો અંક
૩ + ૯ = ૧૨ તો ૨ એ નવમો અંક
૯ + ૨ = ૧૧ તો ૧ એ દશમો અંક

આ રીતે

૭૧૮૯૭૬૩૯૨૧ ની આખી રકમ બોલી શકાય છે. આ રકમ આગળ પણ લંબાવી શકાય, પણ આ પ્રયોગની સફલ રજુઆત માટે આટલા અંકો જ લેવામાં આવે છે. કોઈ કોઈ માત્ર ૭ અંકોની સંખ્યાઓ બનાવીને પણ આ પ્રયોગ કરે છે. તેમાં છેલ્લા ત્રણ આંકડા હોતા નથી.

[૭]

સંખ્યાનો ચમત્કાર

ગણિત-ચમત્કારના ચોથા પ્રકરણમાં કેટલીક ચમત્કારિક સંખ્યાઓ આપી છે. તે સિવાયની બીજી સંખ્યાઓ અહીં આપવામાં આવી છે.

(૧) જેમાં ગુણ્ય અને ગુણકના અંકો જ ઉત્તરમાં આવે છે:

૨૧ × ૬ = ૧૨૬
૫૧ × ૩ = ૧૫૩
૧૫ × ૯૩ = ૧૩૯૫
૨૧ × ૮૭ = ૧૮૨૭
૩૫ × ૪૧ = ૧૪૩૫
૩૫૧ × ૯ = ૩૧૫૯
૪૭૩ × ૮ = ૩૭૮૪

(૨) જેમાં ગુણ્ય, ગુણક અને ગુણાકારમાં ૧ થી ૯ સુધીના તમામ અંકો ગોઠવાયેલા છે અને એક પણ અંકનું પુનરાવર્તન નથી.

૧૩૮ × ૪૨ = ૫૭૯૬

૧૫૭ × ૨૮ = ૪૩૯૬

૧૫૯ × ૪૮ = ૭૬૩૨

૧૮૬ × ૩૯ = ૭૨૫૪

૧૯૮ × ૨૭ = ૫૩૪૬

૨૯૭ × ૧૮ = ૫૩૪૬

૪૮૩ × ૧૨ = ૫૭૯૬

(૩) જેમાં ગુણ્ય અને ગુણકમાં ૧ થી ૯ સુધીના અંકો આવેલા છે અને ઉત્તરમાં પણ ૧ થી ૯ સુધીના અંકો હાજર છે.

૧૬૫૮૩૭૪૨ × ૯ = ૧૪૯૨૫૩૬૭૮

૩૨૫૪૭૮૯૧ × ૬ = ૧૯૫૨૮૭૪૩૬

(૪) જેમાં ગુણ્ય, ગુણક અને ગુણાકારમાં ૧ થી ૯ સુધીના અંકો તથા દશમું શૂન્ય ગોઠવાઈ ગયેલ છે.

૭૧૫ × ૪૬ = ૩૨૮૯૦

(૫) જે સંખ્યાને ૭૩ ના પાડાથી ગુણતાં બધા જ અંકો સમાન આવે છે:

૧૫૨૨૦૭ × ૭૩ = ૧૧૧૧૧૧૧૧

૧૫૨૨૦૭ × ૧૪૬ = ૨૨૨૨૨૨૨૨

૧૫૨૨૦૭ × ૨૧૯ = ૩૩૩૩૩૩૩૩

૧૫૨૨૦૭ × ૨૯૨ = ૪૪૪૪૪૪૪૪

૧૫૨૨૦૭ × ૩૬૫ = ૫૫૫૫૫૫૫૫

૧૫૨૨૦૭ × ૪૩૮ = ૬૬૬૬૬૬૬૬૬
૧૫૨૨૦૭ × ૫૧૧ = ૭૭૭૭૭૭૭૭૭
૧૫૨૨૦૭ × ૫૮૪ = ૮૮૮૮૮૮૮૮૮
૧૫૨૨૦૭ × ૬૫૭ = ૯૯૯૯૯૯૯૯૯

(૬) જે સંખ્યાઓને ૭ થી ગુણતાં ગુણાકારમાં બધા અંકો સમાન આવે છે :

૧૫૮૭૩ × ૭ = ૧૧૧૧૧૧
૩૧૭૪૬ × ૭ = ૨૨૨૨૨૨
૪૭૬૧૯ × ૭ = ૩૩૩૩૩૩
૬૩૪૯૨ × ૭ = ૪૪૪૪૪૪
૭૯૩૬૫ × ૭ = ૫૫૫૫૫૫
૯૫૨૩૮ × ૭ = ૬૬૬૬૬૬
૧૧૧૧૧૧ × ૭ = ૭૭૭૭૭૭
૧૨૬૯૮૪ × ૭ = ૮૮૮૮૮૮
૧૪૨૮૫૭ × ૭ = ૯૯૯૯૯૯

૧૫૮૭૩ ને ૭ ના પાડાથી ગુણીએ તો પણ આવું જ પરિણામ આવે.

(૭) ૧૪૨૮૫૭ ની સંખ્યાનો ચમત્કાર નીચેના ગુણાકારમાં પણ જોઈ શકાશે. તેના ઉત્તરમાં આડી તેમજ ઉભી બંને પંક્તિઓમાં જવાબ આવે છે :

૧૪૨૮૫૭ × ૧	૧ ૪ ૨ ૮ ૫ ૭
૧૪૨૮૫૭ × ૩	૪ ૨ ૮ ૫ ૭ ૧
૧૪૨૮૫૭ × ૨	૨ ૮ ૫ ૭ ૧ ૪
૧૪૨૮૫૭ × ૬	૮ ૫ ૭ ૧ ૪ ૨
૧૪૨૮૫૭ × ૪	૫ ૭ ૧ ૪ ૨ ૮
૧૪૨૮૫૭ × ૫	૭ ૧ ૪ ૨ ૮ ૫

(૮) ૧૯ નો અંક સામાન્ય લાગે છે, પરંતુ તેમાં પણ કેટલીક ચમત્કૃતિ રહેલી છે. જેમકે—

૧૯ × ૧ = ૧૯	અને ૧ + ૯ = ૧૦	તથા	૧ + ૦ = ૧
૧૯ × ૨ = ૩૮	અને ૩ + ૮ = ૧૧	તથા	૧ + ૧ = ૨
૧૯ × ૩ = ૫૭	અને ૫ + ૭ = ૧૨	તથા	૧ + ૨ = ૩
૧૯ × ૪ = ૭૬	અને ૭ + ૬ = ૧૩	તથા	૧ + ૩ = ૪
૧૯ × ૫ = ૯૫	અને ૯ + ૫ = ૧૪	તથા	૧ + ૪ = ૫
૧૯ × ૬ = ૧૧૪	અને ૧૧ + ૪ = ૧૫	તથા	૧ + ૫ = ૬
૧૯ × ૭ = ૧૩૩	અને ૧૩ + ૩ = ૧૬	તથા	૧ + ૬ = ૭
૧૯ × ૮ = ૧૫૨	અને ૧૫ + ૨ = ૧૭	તથા	૧ + ૭ = ૮
૧૯ × ૯ = ૧૭૧	અને ૧૭ + ૧ = ૧૮	તથા	૧ + ૮ = ૯
૧૯ × ૧૦ = ૧૯૦	અને ૧૯ + ૦ = ૧૯	તથા	૧ + ૯ = ૧૦

(૯) ૯૧૦૯ની સંખ્યા પણ ચમત્કૃતિવાળી છે. જેમકે:—

૯૧૦૯ × ૧ = ૦૯૧૦૯	તથા અંકોનો સરવાળો	૧૯
૯૧૦૯ × ૨ = ૧૮૨૧૮	”	૨૦
૯૧૦૯ × ૩ = ૨૭૩૨૭	”	૨૧
૯૧૦૯ × ૪ = ૩૬૪૩૬	”	૨૨
૯૧૦૯ × ૫ = ૪૫૫૪૫	”	૨૩

૯૧૦૯ × ૬ = ૫૪૬૫૪ તથા અંકોનો સરવાળો ૨૪
૯૧૦૯ × ૭ = ૬૩૭૬૩ „ ૨૫
૯૧૦૯ × ૮ = ૭૨૮૭૨ „ ૨૬
૯૧૦૯ × ૯ = ૮૧૯૮૧ „ ૨૭

આહીં ગુણાકારથી આવેલા પરિણામના પાંચ સ્તંભો બને છે, તેના પર નજર નાખો, એટલે તેમાં અંકોનો ચડતો, ઉતરતો, ચડતો, ચડતો તથા ઉતરતો ક્રમ બરાબર ગોઠવાયેલો નજરે પડશે. જેમકે ૦–૧–૨–૩, ૯–૮–૭–૬, ૧–૨–૩–૪, ૦–૧–૨–૩ તથા ૯–૮–૭–૬. વળી અંકોનો સરવાળો પણ ૧૯ થી ૨૭ સુધીનો વ્યવસ્થિત ક્રમ બતાવે છે,

(૧૦) હવે ૨૨૨ ઉપર પણ એક દૃષ્ટિપાત કરો :—

૨૨૨ × ૫ + ૧ = ૧૧૧૧
૨૨૨ × ૧૦ + ૨ = ૨૨૨૨
૨૨૨ × ૧૫ + ૩ = ૩૩૩૩
૨૨૨ × ૨૦ + ૪ = ૪૪૪૪
૨૨૨ × ૨૫ + ૫ = ૫૫૫૫
૨૨૨ × ૩૦ + ૬ = ૬૬૬૬
૨૨૨ × ૩૫ + ૭ = ૭૭૭૭
૨૨૨ × ૪૦ + ૮ = ૮૮૮૮
૨૨૨ × ૪૫ + ૯ = ૯૯૯૯

(૧૧) ૫૫૫ ની સંખ્યા પણ આવું જ ચમત્કારિક પરિણામ દેખાડે છે.

૫૫૫ × ૨ + ૧ ૧૧૧૧
૫૫૫ × ૪ + ૨ ૨૨૨૨
૫૫૫ × ૬ + ૩ ૩૩૩૩
૫૫૫ × ૮ + ૪ ૪૪૪૪
૫૫૫ × ૧૦ + ૫ ૫૫૫૫
૫૫૫ × ૧૨ + ૬ ૬૬૬૬
૫૫૫ × ૧૪ + ૭ ૭૭૭૭
૫૫૫ × ૧૬ + ૮ ૮૮૮૮
૫૫૫ × ૧૮ + ૯ ૯૯૯૯

(૧૨) ૩૭૦૩૭ ની સંખ્યા પણ ગુણનમાં ચમત્કાર બતાવે છે. જેમકે—

૩૭૦૩૭ × ૩ = ૧૧૧૧૧૧
૩૭૦૩૭ × ૬ = ૨૨૨૨૨૨
૩૭૦૩૭ × ૯ = ૩૩૩૩૩૩
૩૭૦૩૭ × ૧૨ = ૪૪૪૪૪૪
૩૭૦૩૭ × ૧૫ = ૫૫૫૫૫૫
૩૭૦૩૭ × ૧૮ = ૬૬૬૬૬૬
૩૭૦૩૭ × ૨૧ = ૭૭૭૭૭૭
૩૭૦૩૭ × ૨૪ = ૮૮૮૮૮૮
૩૭૦૩૭ × ૨૭ = ૯૯૯૯૯૯

(૧૩) ૮૫૪૭ને ૧૩ ના પાડાથી ગુણતાં આવું જ ચમત્કારિક પરિણામ આવે છે:

૮૫૪૭ × ૧૩ = ૧૧૧૧૧૧

૮૫૪૭ × ૨૬ = ૨૨૨૨૨૨

૮૫૪૭ × ૩૯ = ૩૩૩૩૩૩

૮૫૪૭ × ૫૨ = ૪૪૪૪૪૪

૮૫૪૭ × ૬૫ = ૫૫૫૫૫૫

૮૫૪૭ × ૭૮ = ૬૬૬૬૬૬

૮૫૪૭ × ૯૧ = ૭૭૭૭૭૭

૮૫૪૭ × ૧૦૪ = ૮૮૮૮૮૮

૮૫૪૭ × ૧૧૭ = ૯૯૯૯૯૯

(૧૪) આઠના અંકની બે ચમત્કૃતિઓ ગણિત–ચમત્કારના પાંચમા પ્રકરણમાં બતાવી છે. વિશેષ આ પ્રમાણે સમજવી :

૯ − ૧ ÷ ૮ = ૧

૯૮ − ૨ ÷ ૮ = ૧૨

૯૮૭ − ૩ ÷ ૮ = ૧૨૩

૯૮૭૬ − ૪ ÷ ૮ = ૧૨૩૪

૯૮૭૬૫ − ૫ ÷ ૮ = ૧૨૩૪૫

૯૮૭૬૫૪ − ૬ ÷ ૮ = ૧૨૩૪૫૬

૯૮૭૬૫૪૩ − ૭ ÷ ૮ = ૧૨૩૪૫૬૭

૯૮૭૬૫૪૩૨ − ૮ ÷ ૮ = ૧૨૩૪૫૬૭૮

૯૮૭૬૫૪૩૨૧ − ૯ ÷ ૮ = ૧૨૩૪૫૬૭૮૯

(૧૫) અહીં નવ અંકોની એવી રીતે ગોઠવણ કરેલી છે કે જેમાં પહેલી સંખ્યા કરતાં બીજી બમણી છે અને ત્રીજી ત્રણગણી છે.

(૧) ૧૯૨
૩૮૪
૫૭૬

(૨) ૨૧૯
૪૩૮
૬૫૭

(૩) ૨૭૩
૫૪૬
૮૧૯

(૪) ૩૨૭
૬૫૪
૯૮૧



[૮]

એકી–બેકીના આકર્ષક પ્રયોગો

તમારા એક હાથમાં ૩ કોડી તથા બીજા હાથમાં ૪ કોડી હોય અને તમે કોઈ વ્યક્તિને પ્રશ્ન કરો કે મારા કયા હાથમાં એકી છે અને કયા હાથમાં બેકી છે? તે કહી આપો, તો શું એ વ્યક્તિ ખાતરીપૂર્વક જવાબ આપી શકશે ખરી? સંભવ છે કે તેનો જવાબ ખરો પડે અને સંભવ છે કે તેનો જવાબ ખોટો પણ પડે.

કેટલીક જ્ઞાતિઓમાં લગ્ન થઈ ગયા પછી વર–કન્યાને એકી–બેકીની રમત રમાડવામાં આવે છે. તે માટે ગોર મહારાજ એક મોટી થાળીમાં કંકુનું પાણી ભરે છે, તેમાં કેટલીક સોપારીઓ, કેટલીક ખારેકો, રૂપાનો એક કરડો તથા કેટલુંક રૂપાનાણું નાખે છે. પછી વરને તેમાંથી મૂઠી ભરવાનું કહે છે અને કન્યાએ આંગળી ઊંચી કરીને તેનો જવાબ આપવાનો હોય છે. જો તે એક આંગળી ઊંચી કરે તો એકી સમજવાની અને બે આંગળી ઊંચી કરે તો બેકી સમજવાની. આ જ રીતે કન્યા વસ્તુઓની મૂઠી ભરે તેનો જવાબ વરરાજાએ

મુખથી આપવાનો હોય છે. પ્રાયઃ ચાર ચાર વાર આ ક્રિયા કરાવવામાં આવે છે અને તેમાં જે ઉત્તરો પ્રાપ્ત થાય તેના પરથી તેમની બુદ્ધિનું માપ નક્કી કરવામાં આવે છે!

બુદ્ધિનું માપ કાઢવા માટે આ રીત સાચી છે કે ખોટી? તેની ચર્ચા અહીં નહિ કરીએ, પણ સમાજના એક ભાગમાં એકી-બેકીની આ પ્રકારની રમત રમાય છે અને તે અનેક વ્યક્તિઓમાં કુતૂહલની વૃત્તિ જગાડે છે, એટલું નિશ્ચિત.

યુરોપ-અમેરિકાની પ્રજામાં 'The dime and Penny' નામની રમત રમાડવામાં આવે છે, તેમાં પણ એકી-બેકીનું જ તત્ત્વ રહેલું છે.

આમ તો એકી-બેકીનો નિર્ણય કરવો અઘરો છેઃ પરંતુ ગણિતજ્ઞ ગણિતનો થોડો આધાર લઈને તેનો ચોક્કસ નિર્ણય કરી આપે છે અને તેના આધારે કેટલાક રમુજી પ્રયોગો યોજે છે, તેનું વિસ્તારથી વિવેચન કરવું, એ આ પ્રકરણનો મુખ્ય હેતુ છે.

જે સંખ્યાના છેડે ૧,૩,૫,૭ કે ૯ નો અંક આવેલો હોય તે એકી કહેવાય છે અને ૨,૪,૬,૮ કે ૦ નો અંક આવેલો હોય તે બેકી કહેવાય છે. દાખલા તરીકે અગિયારના પાડામાં ૧૧, ૧૩, ૧૫, ૧૭ અને ૧૯ની સંખ્યાઓ એકી છે; કારણ કે તેના છેડે ૧,૩,૫,૭ તથા ૯ના અંક આવેલા છે; ૧૨, ૧૪, ૧૬, ૧૮, તથા ૨૦ની સંખ્યા બેકી છે, કારણ કે તેના છેડે ૨, ૪, ૬, ૮ તથા ૦ ના અંક આવેલા છે.

રકમ ગમે તેટલી મોટી હોય તો પણ આ વસ્તુમાં ફરક પડતો નથી. દાખલા તરીકે ૧૪૯૭ ની સંખ્યા એકી છે, કારણ કે તેના છેડે ૭નો અંક આવેલો છે અને ૨૦૬૧૪ ની સંખ્યા બેકી છે, કારણ કે તેના છેડે ૪નો અંક આવેલો છે.

સંસ્કૃત ભાષામાં બેકીને સમસંખ્યા અને એકીને વિષમ સંખ્યા કહેવામાં આવે છે તથા અંગ્રેજી ભાષામાં બેકીને ઈવન નંબર (Even number) અને એકીને ઓડ નંબર (Odd number) કહેવામાં આવે છે.

હવે એકી અને બેકી સંખ્યાના સ્વભાવમાં કેવો તફાવત છે? તે તરફ નજર કરીએ.

એકી સંખ્યાના બે સરખા ભાગ પાડીએ તો જવાબ અપૂર્ણાંકમાં આવે છે. જેમ કે—

$૩ \div ૨ = ૧\frac{૧}{૨}$

$૫ \div ૨ = ૨\frac{૧}{૨}$

$૭ \div ૨ = ૩\frac{૧}{૨}$

$૧૧ \div ૨ = ૫\frac{૧}{૨}$ વગેરે

બેકી સંખ્યાના બે સરખા ભાગ પાડીએ તો જવાબ પૂર્ણાંકમાં આવે છે. જેમ કે—

$૪ \div ૨ = ૨$

$૬ \div ૨ = ૩$

$૮ \div ૨ = ૪$

$૧૦ \div ૨ = ૫$ વગેરે.

એકી સંખ્યાને એકીથી ગુણીએ તો જવાબ એકીમાં આવે છે અને બેકીથી ગુણીએ તો જવાબ બેકીમાં આવે છે, જ્યારે બેકીને એકી કે બેકી કોઈ પણ સંખ્યાથી ગુણીએ તો પણ જવાબ બેકીમાં જ આવે છે. જેમ કે—

એકી	૧૩	૨૭	૩૫	૨૦૯	૪૫૬૧
× એકી	× ૫	× ૭	× ૯	× ૧૧	× ૧૩
	૬૫	૧૮૯	૩૧૫	૨૨૯૯	૫૯૨૯૩

એકી	૧૩	૨૭	૩૫	૨૦૯	૪૫૬૧
× બેકી	× ૬	× ૮	× ૧૦	× ૧૨	× ૧૪
	૭૮	૨૧૬	૩૫૦	૨૫૦૮	૬૩૮૫૪

બેકી	૮	૧૦	૧૨	૧૬	૧૮
× એકી	× ૭	× ૯	× ૧૧	× ૫	× ૩
	૫૬	૯૦	૧૩૨	૮૦	૫૪

બેકી	૮	૧૦	૧૨	૧૬	૧૮
× બેકી	× ૮	× ૧૦	× ૧૨	× ૬	× ૪
	૬૪	૧૦૦	૧૪૪	૯૬	૭૨

પ્રયોગમાં તો મુખ્યત્વે આ જ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ થાય છે, એટલે પાઠકે તેના પર બરાબર લક્ષ્ય આપવાની જરૂર છે.

પ્રયોગ પહેલો

એક હાથમાં એકી સંખ્યાની કોડી રાખો અને બીજા હાથમાં બેકી સંખ્યાની કોડી રાખો.

ધારો કે તમે જમણા હાથમાં ૩ કોડી લીધી છે અને ડાબા હાથમાં ૪ કોડી લીધી છે.

અહીં ગણિતજ્ઞ સૂચના આપે છે કે તમારા જમણા હાથમાં રહેલી કોડીને ૭ થી ગુણો અને ડાબા હાથમાં રહેલી કોડીને ૧૨ થી ગુણો, તે બંનેનો સરવાળો કરો અને જે પરિણામ આવે તે જાહેર કરો.

અહીં જિજ્ઞાસુ નીચે પ્રમાણે ગણિત કરે છે:

જમણો હાથ	ડાબો હાથ
૩	૪
× ૭	× ૧૨
૨૧	૪૮

ઉત્તર ૬૯ મળતાં જ ગણિતજ્ઞ કહે છે કે તમારા જમણા હાથમાં એકી છે અને ડાબા હાથમાં બેકી છે. જ્યાં બે જ વસ્તુઓનો નિર્ણય કરવાનો હોય, તેમાં એકનો નિર્ણય કરવાથી બીજાનો નિર્ણય આપોઆપ થાય છે; એટલે કે જમણા હાથમાં એકી હોય તો ડાબા હાથમાં બેકી હોય અને જમણા હાથમાં બેકી હોય તો ડાબા હાથમાં એકી હોય, એ નિશ્ચિત છે.

પરંતુ આ ગુણાકારની રકમ પરથી જમણા હાથમાં એકી છે અને ડાબા હાથમાં બેકી છે, એવો નિર્ણય શા

આધારે થાય? તેનો ઉત્તર એ છે કે જમણા હાથમાં રહેલી વસ્તુને ૩-૫-૭ આદિ કોઇ પણ એકી અંકથી ગુણાવીએ અને ડાબા હાથમાં રહેલી વસ્તુને ૪-૬-૮-૧૦-૧૨ આદિ કોઇ પણ બેકી સંખ્યાથી ગુણાવીએ અને આવેલી રકમોનો સરવાળો કરાવતાં જો પરિણામ એકી આવે તો જમણા હાથમાં એકી સમજવી અને બેકી આવે તો જમણા હાથમાં બેકી સમજવી. આમાં કદી કોઇ પ્રકારનો ફેર પડે જ નહિ. દાખલા તરીકે જિજ્ઞાસુએ પોતાના જમણા હાથમાં ૪ સોપારી અને ડાબા હાથમાં ૩ સોપારી રાખી હોત તો તેનું પરિણામ નીચે મુજબ આવત :—

જમણો	૪	ડાબો	૩	
હાથ	× ૭	હાથ	× ૧૨	
	૨૮		૩૬	૨૮ + ૩૬ = ૬૪

જવાબ બેકી આવ્યો, માટે જમણા હાથમાં બેકી અને જમણા હાથમાં બેકી એટલે ડાબા હાથમાં એકી.

હજી એક વધારે દાખલો ગણીએ, એટલે આ વસ્તુમાં કોઇ શંકા રહેશે નહિ.

જમણો	૧૧	ડાબો	૧૬
	× ૭		× ૧૨
	૭૭		૧૯૨

અહીં ૩-૫-૯ વગેરેથી ગુણતાં એકી જ પરિણામ આવવાનું.

અહીં ૪-૬-૮ વગેરેથી ગુણતાં બેકી જ પરિણામ આવવાનું.

આ સિદ્ધાંતે જો જમણા હાથમાં એકી વસ્તુ હોય અને તેને એકીથી જ ગુણીએ તો પરિણામ એકી આવવાનું અને ડાબા હાથમાં રહેલી બેકીને બેકીથી ગુણતાં પરિણામ બેકી આવવાનું. હવે એકી અને બેકી બેને ભેગાં કરીએ તો જવાબ એકી જ આવવાનો, એટલે જમણા હાથમાં એકી હોવાનો નિર્ણય થાય છે.

જો જમણા હાથમાં બેકી હોય અને તેને એકીથી ગુણીએ તો જવાબ બેકી આવવાનો અને એ વખતે ડાબા હાથમાં બેકી હોય તેને બેકીથી ગુણતાં તેનો જવાબ પણ બેકી જ આવવાનો. આ બે બેકીને ભેગી કરતાં પરિણામ એકીમાં જ આવવાનું. એટલે જમણા હાથમાં બેકી અને ડાબા હાથમાં એકી હોવાનો નિર્ણય થાય છે.

પ્રયોગ બીજો

એક વાસણમાં ૨૫ સોપારી ભરો. પછી એક વિદ્યાર્થીને બોલાવીને કહો કે આ બધી સોપારીઓ તારે લઈ લેવાની છે, પણ તેમાંથી કેટલીક જમણા ગજવામાં નાખ અને કેટલીક ડાબા ગજવામાં નાખ.

વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરે છે. અહીં સમજવાનું એટલું જ છે કે ૨૫ સોપારીના ગમે તેવા બે ભાગ કરે તો પણ એકમાં બેકી ને બીજામાં એકી જ રહેવાની. નીચેની તાલિકા પર નજર કરો, એટલે આ વાત બરાબર સમજાશે :—

૧ + ૨૪ = ૨૫ એકી – બેકી

૨ + ૨૩ = ૨૫ બેકી – એકી

૩ + ૨૨ = ૨૫ એકી – બેકી

૪ + ૨૧ = ૨૫ બેકી – એકી

૫ + ૨૦ = ૨૫ એકી – બેકી

આ પ્રમાણે ૨૪ + ૧ સુધી સમજવું.

હવે એક ગજવામાં એકી અને બીજા ગજવામાં બેકી હોવાથી તેનું ગણિત ઉપર પ્રમાણે જ કરાવવું, જેમકે—

તમારા જમણા ગજવામાં જેટલી સોપારી હોય તેને ૯ થી ગુણો અને ડાબા ગજવામાં જેટલી સોપારી હોય તેને ૧૪ થી ગુણો. એ બંને રકમનો જે સરવાળો આવે, તે જાહેર કરો.

તે ગણિત વિદ્યાર્થી નીચે મુજબ કરશે:

જમણું ગજવું	૧૧	ડાબું ગજવું	૧૪
	× ૯		× ૧૪
	૯૯		૧૯૬

૯૯ + ૧૯૬ = ૨૯૫

એટલે જમણા ગજવામાં એકી સોપારી અને ડાબા ગજવામાં બેકી સોપારી.

પ્રયોગ ત્રીજો

આ પ્રયોગમાં આશરે બે ડઝન રકાબીઓ અને બે ડઝન ચમચા તથા તે ભરવા માટે બે મોટી પેટીઓ કે ટબ જેવા વાસણોની જરૂર રહે છે. તેમાં એક પેટીની બહાર

ચોકથી જ કે R સંજ્ઞા કરવી અને બીજી પેટીની બહાર ડા કે L સંજ્ઞા કરવી. R એટલે રાઇટ–જમણી, L એટલે લેફ્ટ–ડાબી.

પછી જિજ્ઞાસુને કહેવું કે 'જુઓ ભાઇ ! તમો આ બે પેટીમાંથી કોઇ પણ એક પેટીમાં રકાબી અને બીજીમાં ચમચા મૂકી શકો છો, પણ રકાબી બેકી સંખ્યામાં મૂકવાની છે અને ચમચા એકી સંખ્યામાં મૂકવાના છે. તેમાં કંઇ પણ ભૂલ થાય નહિ.

હવે ધારો કે જિજ્ઞાસુ ગુપ્ત રીતે જમણી પેટીમાં ૨૧ ચમચા મૂકે છે અને ડાબી પેટીમાં ૧૨ રકાબી મૂકે છે. તો તેનું ગણિત નીચે પ્રમાણે થશે :

જમણી પેટી	૨૧	ડાબી પેટી	૧૨
	× ૭ (એકી)		× ૧૨ (બેકી)
	૧૪૭		૧૪૪

૧૪૭ + ૧૪૪ = ૨૯૧ એટલે જમણી બાજુ એકી અને ડાબી બાજુ બેકી; તેમાં એકી તો ચમચાની જ હોય, માટે જમણી બાજુની પેટીમાં ચમચા છે અને ડાબી બાજુની પેટીમાં રકાબીઓ છે.

ગણિતજ્ઞ જ્યાં આવો નિર્ણય જાહેર કરે છે, ત્યાં પ્રેક્ષકો અજાયબી પામે છે અને તાળીઓનો ગડગડાટ કરે છે.

અમે આ ત્રણે ય જાતના પ્રયોગો જૂદી જૂદી સભામાં કરેલા છે અને તેથી પ્રેક્ષકો ચમત્કાર પામેલા છે.

અહીં વિશેષમાં એટલું જણાવવા ઇચ્છીએ છીએ કે કોઇ વ્યક્તિના બંને હાથમાં એકી કે બંને હાથમાં બેકી હોય તો પણ તેનો નિશ્ચયાત્મક ઉત્તર આપી શકાય છે.

પ્રયોગ ચોથો

ગણિતજ્ઞ-તમારા બંને હાથમાં એકી ધારો અથવા બંને હાથમાં બેકી ધારો. આ બંને રકમો બે અંકની હોવી જોઇએ.

જિજ્ઞાસુ-એ પ્રમાણે સંખ્યાઓ ધારી.

ગણિતજ્ઞ-તમારા ડાબા હાથમાં રહેલી સંખ્યાને ૨૦થી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ-ગુણી.

ગણિતજ્ઞ-તેમાં પાંચ ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ-ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ-આ રીતે આવેલી સંખ્યાને ૫ થી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ-ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ-આ રીતે આવેલી રકમમાં જમણા હાથની સંખ્યા ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ-ઉમેરી.

ગણિતજ્ઞ-તેમાં ચાર ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ-ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ-આવેલું પરિણામ કહો.

જિજ્ઞાસુ-૧૪૫૪.

ગણિતજ્ઞ-તો તમે બંને હાથમાં એકી સંખ્યાઓ ધારી છે.

જિજ્ઞાસુ-ઉત્તર બરાબર છે.

જિજ્ઞાસુએ એકી કે બેકી કોઇ પણ બે અંકની રકમ ધારી હોય તો ગણિત આ પ્રમાણે જ કરાવવું. જો તેના છેડે બેકી અંક આવે તો સમજવું કે તેણે બંને હાથમાં એકી સંખ્યાઓ ધારી છે. અને છેડે એકી અંક આવે તો સમજવું કે તેણે બંને હાથમાં બેકી સંખ્યાઓ ધારી છે.

હવે ઉપરના પ્રયોગની મૂળ રકમો જોઇએ અને તેનું ગણિત કરીએ, એટલે આ વસ્તુ બરાબર ધ્યાનમાં આવી જશે.

જિજ્ઞાસુએ પોતાના ડાબા હાથમાં ૧૩ની સંખ્યા ધારી છે અને જમણા હાથમાં ૧૫ની સંખ્યા ધારી છે, તેથી ગણિત નીચે પ્રમાણે થશે :

```
  ૧૩ ડાબા હાથની સંખ્યા
× ૨૦
─────
 ૨૬૦
+  ૫
─────
 ૨૬૫
×  ૫
─────
૧૩૨૫
+ ૧૫ જમણા હાથની સંખ્યા
─────
૧૩૪૦
+  ૪
─────
૧૩૪૪ છેડે બેકી આવી છે, માટે બંને હાથમાં
     એકી હોવી જોઈએ.
```

હવે જિજ્ઞાસુએ બંને હાથમાં બેકી એટલે ડાબા હાથમાં ૧૪ અને ૧૬ ની સંખ્યા ધારી હોત, તો શું પરિણામ આવત, તે જોઈએ.

૧૪	ડાબા હાથની સંખ્યા
× ૨૦	
૨૮૦	
+ ૫	
૨૮૫	
× ૫	
૧૪૨૫	
+ ૧૬	જમણા હાથની સંખ્યા
૧૪૪૧	
+ ૪	
૧૪૪૫	છેડે એકી આવી છે, માટે બંને હાથમાં બેકી હોવી જોઈએ.

જિજ્ઞાસુએ બંને હાથમાં માત્ર એક અંકની એકી કે બેકી સંખ્યા ધારી હોય તો પણ આ જ પ્રમાણે ઉત્તર આપી શકાય છે, પણ ત્યાં પ્રથમ પગથિયે ૨૦ ને બદલે માત્ર ૨ થી ગુણાકાર કરાવવો. જેમકે—

ડાબા હાથમાં ૫ અને જમણા હાથમાં ૭ ની સંખ્યા ધારી છે, તો તેનું ગણિત નીચે પ્રમાણે થશે :—

૫ ડાબા હાથની સંખ્યા
× ૨
૧૦
+ ૫
૧૫
× ૫
૭૫
+ ૭ જમણા હાથની સંખ્યા
૮૨
+ ૪
૮૬ છેડે એકી અંક આવ્યો, માટે બંને હાથમાં એકી સંખ્યા હોવી જોઈએ.

હવે ડાબા હાથમાં ૬ અને જમણા હાથમાં ૮ ની સંખ્યા ધારી હોત તો પરિણામ નીચે મુજબ આવત:—

૬ ડાબા હાથની સંખ્યા
× ૨
૧૨
+ ૫
૧૭
× ૫
૮૫
+ ૮ જમણા હાથની સંખ્યા
૯૩
+ ૪
૯૭ છેડે એકી અંક આવ્યો, માટે બંને હાથમાં એકી સંખ્યા હોવી જોઈએ.

[૯]

સમફરક સંખ્યાઓનો સરવાળો

સમફરક સંખ્યાઓ કોને કહેવાય ? તેનો ઝડપી સરવાળો કરવાની રીત કઈ? અને તેને લગતો ચમત્કારિક પ્રયોગ શી રીતે થાય છે? તેનું સ્પષ્ટીકરણ આ પ્રકરણમાં કરવામાં આવ્યું છે.

સમ એટલે સમાન, ફરક એટલે અંતર કે તફાવત. તાત્પર્ય કે જે સંખ્યાઓની વચ્ચે એક સરખો ફરક, એક સરખું અંતર કે એક સરખો તફાવત હોય, તેને સમફરક સંખ્યા કહેવાય છે.

૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ આ બધી સમફરક સંખ્યાઓ છે, કારણ કે તેમની વચ્ચે એકસરખું ૧ નું અંતર છે.

૩+૧=૪. ૪ + ૧=૫. ૫ + ૧ = ૬. ૬+૧=૭ વગેરે.

૪, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨, ૧૪ પણ સમફરક સંખ્યાઓ છે, કારણ કે તેમની વચ્ચે એકસરખું ૨ નું અંતર છે.

૪ + ૨ = ૬. ૬ + ૨ = ૮. ૮ + ૨ = ૧૦ વગેરે.

૫, ૧૦, ૧૫, ૨૦, ૨૫ એ પણ સમફરક સંખ્યાઓ છે, કારણ કે તેમની વચ્ચે એકસરખું પાંચનું અંતર છે અને ૧૦૦, ૨૦૦, ૩૦૦, ૪૦૦, ૫૦૦ એ પણ સમફરક સંખ્યાઓ છે, કારણ કે તેમની વચ્ચે એકસરખું ૧૦૦ નું અંતર છે.

આ જ રીતે ૨૦, ૧૯, ૧૮, ૧૭, ૧૬, ૧૫, ૧૪ એ પણ સમફરક સંખ્યાઓ છે, કારણ કે તેમની વચ્ચે એકસરખું ૧ નું અંતર છે.

૨૦–૧ = ૧૯, ૧૯–૧ = ૧૮, ૧૮–૧ = ૧૭ વગેરે.

અને ૨૭, ૨૪, ૨૧, ૧૮, ૧૫, ૧૨, ૯ વગેરે પણ સમફરક સંખ્યાઓ છે, કારણ કે તેમની વચ્ચે એક સરખું ૩ નું અંતર છે.

૨૭–૩ = ૨૪. ૨૪–૩ = ૨૧. ૨૧–૩ = ૧૮ વગેરે.

આ પરથી એમ સમજવાનું કે સંખ્યાનો ક્રમ ચડતો હોય કે ઉતરતો હોય, પણ જો સંખ્યાઓ વચ્ચેનો ફરક એકસરખો ચાલુ હોય તો તેને સમફરક સંખ્યા કહેવાય.

૩, ૪, ૬, ૯, ૧૬, ૨૭ એ સમફરક સંખ્યાઓ નથી, કારણ કે ૩ અને ૪ ની વચ્ચે ૧ નું અંતર છે; ૪ અને ૬ ની વચ્ચે ૨ નું અંતર છે; ૬ અને ૯ ની વચ્ચે ૩ નું અંતર છે; ૯ અને ૧૬ ની વચ્ચે ૭ નું અંતર છે અને ૧૬ તથા ૨૭ની વચ્ચે ૧૧ નું અંતર છે.

આ રીતે ૩૫, ૨૨, ૧૧, ૮, ૫ એ પણ સમફરક સંખ્યાઓ નથી, કારણ કે તેમની વચ્ચે એકસરખું અંતર નથી.

આટલા વિવેચનથી પાઠકોને સમફરક સંખ્યાનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ આવી ગયો હશે. સમફરક સંખ્યાને સમાંતર સંખ્યા પણ કહેવામાં આવે છે.

સમફરક સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવો હોય તો ચાલુ રીતથી થઈ શકે છે, પણ આ સંખ્યાઓનું પ્રમાણ ઘણું મોટું હોય ત્યાં આ રીત કામ આવી શકતી નથી. દાખલા તરીકે ૧ થી ૯ સુધીનો સરવાળો કરવો હોય તો ચાલુ રીત પ્રમાણે નીચે મુજબ થાય :

૧
૨
૩
૪
૫
૬
૭
૮
૯
――
૪૫

અને ૧૧ થી ૨૫ નો સરવાળો કરવો હોય તો પણ ચાલુ રીત મુજબ નીચે પ્રમાણે થાય :

૧૧
૧૨
૧૩
૧૪
૧૫
૧૬
૧૭
૧૮
૧૯
૨૦
૨૧
૨૨
૨૩
૨૪
૨૫
―――
૨૭૦

પરંતુ ૧ થી ૯૯ સુધીનો કે ૯૯૯ સુધીનો સરવાળો કરવો હોય તો આ રીત ઘણીજ લાંબી પડે અને તેમાં સમય પણ ઘણો જાય; તેથી ગણિતવિશારદોએ સમક્રમ સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાની એક સુંદર રીત શોધી કાઢી છે અને તેથી આપણું કામ સરળ બને છે.

આ રીતના ચાર પગથિયાં નીચે મુજબ છે :

(૧) આદિપદ અને અંત્યપદનો સરવાળો કરવો.

સરવાળો કરવા માટે જે સંખ્યાઓની સ્થાપના કરી હોય તેમાંની પહેલી સંખ્યાને આદિપદ સમજવું અને છેલ્લી સંખ્યાને અંત્યપદ સમજવું.

(૨) આ રીતે જે સંખ્યા પ્રાપ્ત થાય તેને ગચ્છથી ગુણવી.

ગચ્છ એટલે સરવાળા માટેની કુલ સંખ્યાઓ.

(૩) તેનું જે પરિણામ આવે તેને ૨ થી ભાગવું.

(૪) જે ભાગ આવે તેની બરાબર સંખ્યાઓનો સરવાળો સમજવો.

પ્રાચીન ગણિતમાં આવા સરવાળાને સંવર્ધન કહેવામાં આવ્યો છે.

હવે આ રીત અજમાવી જોઈએ, એટલે તેની અસરકારકતા ધ્યાનમાં આવશે.

દાખલા

(૧) ૧ થી ૯ સુધીના અંકોનો સરવાળો શું ?

આ સમક્રમ સંખ્યાનો જ દાખલો છે, કારણ કે બધા અંકો વચ્ચે એકસરખું ૧ નું અંતર છે. અહીં ૧ એ આદિપદ છે અને ૯ એ અંત્યપદ છે, તે બંનેનો સરવાળો કરતાં ૧૦ ની સંખ્યા આવે છે. અહીં કુલ નવ રકમોનો સરવાળો કરવાનો છે, એટલે ગચ્છની સંખ્યા ૯ છે. તેથી ૧૦ ને ૯ થી ગુણવા.

જોઈએ. તેમ કરતાં પરિણામ ૯૦ આવે છે. તેને ૨થી ભાગતાં ૪૫ આવે છે, એટલે ૪૫ એ તેનો સરવાળો છે.

(૧) ૧૧ થી ૨૫ સુધીની સંખ્યાઓનો સરવાળો શું ?

આદિપદ ૧૧ + અંત્યપદ ૨૫ = ૩૬ × ગચ્છ ૧૫ = ૫૪૦ ÷ ૨ = ૨૭૦.

ચાલુ રીતથી આ દાખલો કરતાં સંખ્યાઓનો મોટો સ્તંભ રચવો પડ્યો હતો, જ્યારે આ રીતથી બહુ ટુંકાણમાં જવાબ આવી ગયો.

(૩) ૪, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨, ૧૪ તથા ૧૬નો સરવાળો શું ?

આદિપદ ૪ + અંત્યપદ ૧૬=૨૦ × ગચ્છ ૭= ૧૪૦ ÷ ૨ = ૭૦.

(૪) ૩, ૬, ૯, ૧૨, ૧૫, ૧૮, ૨૧, ૨૪, ૨૭ તથા ૩૦ નો સરવાળો શું ?

આદિપદ ૩ + અંત્યપદ ૩૦ = ૩૩ × ગચ્છ ૧૦ = ૩૩૦ ÷ ૨ = ૧૬૫.

(૫) ૧ થી ૯૯ સુધીની સંખ્યાઓનો સરવાળો શું ?

આદિપદ ૧ + અંત્યપદ ૯૯ = ૧૦૦ × ગચ્છ ૯૯ = ૯૯૦૦ ÷ ૨ = ૪૯૫૦

(૬) ૧ થી ૯૯૯ સુધીના સંખ્યાઓનો સરવાળો શું?

આદિપદ ૧ + અંત્યપદ ૯૯૯ = ૧૦૦૦ × ગચ્છ ૯૯૯=૯૯૯૦૦૦ ÷ ૨ = ૪૯૯૫૦૦

(૭) એક ગૃહસ્થ દેવમંદિરે જતાં પહેલે પગથિયે ૧ રૂપિયો, બીજા પગથિયે ૬ રૂપિયા, ત્રીજા પગથિયે ૧૧ રૂપિયા, એમ દરેક પગથિયે પાંચ-પાંચ રૂપિયા વધારે મૂકતો જાય છે. હવે એ મંદિરને આઠ પગથિયાં છે, તો તે કુલ કેટલા રૂપિયા મૂકશે?

અહીં આદિપદ ૧ છે, પણ અંત્યપદ શું? તે સ્પષ્ટ કરેલું નથી, એટલે પ્રથમ તે નક્કી કરી લેવું જોઈએ. મંદિરને કુલ આઠ પગથિયાં છે. તેમાં પહેલે પગથિયે ૧ રૂપિયો મૂકેલો છે, એટલે બાકી રહ્યાં ૭ પગથિયાં. તે દરેક પગથિયે પાંચ પાંચ-રૂપિયા વધારે મૂક્યા છે, એટલે કુલ ૩૫ રૂપિયા વધારે મૂકાયા છે, તેથી છેલ્લે પગથિયે ૧+ ૩૫ = ૩૬ રૂપિયા મૂકેલા છે.

આદિપદ ૧ + અંત્યપદ ૩૬ = ૩૭ × ગચ્છ ૮
= ૨૯૬ ÷ ૨ = ૧૪૮.
એ ગૃહસ્થે કુલ ૧૪૮ રૂપિયા મૂક્યા.

(૮) એક ઘોડી વછેરાને જન્મ આપી દરરોજ ૧૫ ગાઉની ઝડપે આગળ ચાલતી જાય છે અને વછેરું પહેલા દિવસે ૧ ગાઉ, બીજે દિવસે ૨ ગાઉ, ત્રીજે દિવસે ૩ ગાઉ, એમ અનુક્રમે પોતાની ઝડપ વધારતું જાય છે, તો એ વછેરું કેટલામા દિવસે પોતાની માતાને મળશે?

આ દાખલો કોયડા જેવો છે, પણ તર્કશક્તિનો થોડો ઉપયોગ કરીએ તો તેનો ઉત્તર સહેલાઇથી મળી જાય છે.

ઘોડીની ઝડપ રોજની ૧૫ ગાઉની છે અને વછેરાની ઝડપ ૧ ગાઉથી અનુક્રમે વધતી જાય છે, એટલે પંદરમા દિવસે તેની ઝડપ સરખી થઇ જાય છે. હવે પ્રથમના ૧૪ દિવસોમાં તેણે અનુક્રમે ૧૪, ૧૩, ૧૨ ગાઉ ઓછું અંતર કાપેલું છે, તેટલું અંતર કાપવા માટે તેણે બીજા ચૌદ દિવસનો પ્રવાસ કરવો જોઈએ. એટલે ૧૫ + ૧૪ = ૨૯ મા દિવસે તે વછેરૂં પોતાની માતાને મળશે.

ઘોડીનો પ્રવાસ ૨૯ × ૧૫ = ૪૩૫.

વછેરાનો પ્રવાસ.

આદિપદ ૧ + અંત્યપદ ૨૯ = ૩૦ × ગચ્છ ૨૯ = ૮૭૦ ÷ ૨ = ૪૩૫.

ટૂંકી રીત

સમક્રૂરક સંખ્યાનો સરવાળો કરવાનો હોય અને તેમાં ગચ્છની સંખ્યા એકી હોય તો આ રીતને હજી ટુંકી કરી શકાય છે. તે આ પ્રમાણે :—

મધ્ય સંખ્યા × ગચ્છ = ઉત્તર.

દાખલા તરીકે ૧ થી ૯ અંકનો સરવાળો કરવો છે.

૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯

અહીં ૫ એ મધ્ય સંખ્યા છે અને ગચ્છની સંખ્યા ૯ છે, તેથી ૫ × ૯ = ૪૫, એ તેનો ઉત્તર છે.

૧૧ થી ૨૫ સુધીની સંખ્યાનો સરવાળો કરવાનો છે, તેમાં પણ ગચ્છની સંખ્યા ૧૫ એટલે એકી છે, તો ત્યાં આ રીત અજમાવી શકાય.

કુલ સંખ્યા ૧૫ છે, તેથી આઠમી સંખ્યા એ મધ્ય સંખ્યા છે. અહીં આઠમી સંખ્યા ૧૮ છે, તેથી ૧૮ × ૧૫ = ૨૭૦ એ તેનો જવાબ છે.

આ રીત મોટા દાખલાઓમાં ઘણું સુંદર કામ આપે છે. જેમ કે નીચેના નવ સમક્રરક સંખ્યાનો સરવાળો કરવાનો છે:

૧૦૧
૧૧૪
૧૨૭
૧૪૦
૧૫૩→
૧૬૭
૧૭૯
૧૯૨
૨૦૫

તો આ રીત મુજબ અહીં નીચે પ્રમાણે ગણિત કરવું પડે:

આદિપદ ૧૦૧ + અંત્યપદ ૨૦૫ = ૩૦૬ × ગચ્છ ૯ = ૨૭૫૪ ÷ ૨ = ૧૩૭૭.

પણ ટૂંકી રીત અજમાવીએ તો ૧૫૩ × ૯ = ૧૩૭૭ આ રીતે તેનો જવાબ આવી જાય છે.

હવે ગણિતજ્ઞો સમક્રરક સંખ્યાઓનો એક ચમત્કારિક પ્રયોગ શી રીતે કરે છે? તે જોઈએ.

અગિયાર સમફરક રકમોનો મૌખિક સરવાળો

ગણિતજ્ઞ–સજ્જનો અને સન્નારીઓ! સરવાળાનું કામ કેવું માથાકુટિયું છે, તે તમે બધા જાણો છો. તેમાં યે ચાર–ચાર કે પાંચ–પાંચ અંકની સંખ્યા હોય અને એવી અગિયાર સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવો હોય તો? હું માનું છું કે તમારામાંથી કોઈ પણ એ માટે હિંમત કરી શકશે નહિ, પરંતુ હું તમને એ પ્રયોગ અબઘડી જ કરી બતાવું છું.

કોઈ પણ એક મહાશય બહાર આવે અને તે કાગળ પર સમફરક અગિયાર સંખ્યાઓ એકની નીચે બીજી બીજીની નીચે ત્રીજી એમ લખી નાખે. આ સંખ્યા ચાર અંકની લખવી.

એક ગૃહસ્થ બહાર આવે છે અને તે કાગળ પર ચાર અંકની અગિયાર સમફરક સંખ્યાઓ લખે છે.

ગણિતજ્ઞ–આ બધી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરી રાખો, જેથી મારા જવાબ સાથે તેની સરખામણી થઈ શકે.

જિજ્ઞાસુ–તે પ્રમાણે સરવાળો તૈયાર કરે છે.

ગણિતજ્ઞ–હવે લખેલી સંખ્યાઓ એક પછી એક સંભળાવી દો.

એટલે જિજ્ઞાસુ નીચે પ્રમાણે અગિયાર સંખ્યાઓ સંભળાવે છે:

પહેલી	સંખ્યા ૨૫૪૧
બીજી	સંખ્યા ૨૫૩૦
ત્રીજી	સંખ્યા ૨૫૧૯

ચોથી સંખ્યા ૨૫૦૮
પાંચમી સંખ્યા ૨૪૯૭
છઠ્ઠી સંખ્યા ૨૪૮૬
સાતમી સંખ્યા ૨૪૭૫
આઠમી સંખ્યા ૨૪૬૪
નવમી સંખ્યા ૨૪૫૩
દશમી સંખ્યા ૨૪૪૨
અગિયારમી સંખ્યા ૨૪૩૧

આ રકમો સાંભળી લીધા પછી તરત જ ગણિતજ્ઞ એક કાગળની કાપલી માગે છે અને તેના પર નીચે મુજબ ઉત્તર લખી આપે છે:

૨ ૭ ૩ ૪ ૬

આથી પ્રેક્ષકો આશ્ચર્યમાં ડૂબી જાય છે. પ્રથમ તો તેમને એ વિચાર આવે છે કે આટલી બધી સંખ્યાઓ યાદ શી રીતે રહે? બીજો વિચાર એ આવે છે કે કદાચ આ સંખ્યાઓ યાદ રહી જાય તો પણ તેનો ક્રમશઃ સરવાળો શી રીતે થતો જાય? અને કદાચ કોઈ રીતથી થતો હોય તો પણ તેને માટે સમય જોઇએ, જ્યારે ગણિતજ્ઞ તો આંખના પલકારામાં જવાબ આપી દે છે!!

પરંતુ તેમને શી ખબર કે ગણિતજ્ઞ તો અગિયાર પૈકી માત્ર એક છઠ્ઠી સંખ્યા જ યાદ રાખે છે અને તેને ૧૧ થી ગુણીને તેનો જવાબ લખાવી દે છે.

૨૪૮૬ × ૧૧ = ૨૭૩૪૬.

અહીં એ પણ સ્પષ્ટ કરવું જોઈએ. કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૧ થી ગુણવી હોય તો બહુ સહેલાઈથી ગુણી શકાય છે. તેમાં માત્ર ગુણ્ય રકમ ઉપર જ ધ્યાન આપવાનું હોય છે. ગુણક રકમ લખવાની જરૂર રહેતી નથી.

અગિયારનો ગુણાકાર કરતાં છેલ્લો અંક તો એનો એ જ આવે છે. તેની જમણી બાજુ સ્થાપના કરવામાં આવે છે અને ત્યારે પછી પાછળ–પાછળના અંકોનો સરવાળો કરતાં જે અંકો આવે તે એમાં જોડતા જાય છે. છેવટે જે અંક વધે તે એમને એમ મૂકવામાં આવે છે. તે આ પ્રમાણે:

૨ ૪ ૮ ૬ ને ૧૧ થી ગુણવા છે;

તો એમના સ્થાને ૬

દશકના સ્થાને ૬ + ૮ = ૧૪ તેમાંનો ૪

વૃદ્ધિ ૧ પાસે રાખી.

શતકના સ્થાને ૮+૪=૧૨+૧ વૃદ્ધિ = ૧૩ તેમાંનો ૩

વૃદ્ધિ ૧ પાસે રાખી.

હજારના સ્થાને ૪ +૨=૬+૧ વૃદ્ધિ = ૭ ૭

છેલ્લો વધ્યો ૨ ૨

આ રીતે નીચેથી ઊંચે ગણતાં ૨૭૩૪૬ ની સંખ્યા આવી જાય છે.

ગણિતજ્ઞો ૧૧ ના ગુણાકારથી ટેવાયેલા હોય છે, એટલે તેઓ સંખ્યા સામે નજર રાખીને જ તેનો જવાબ લખી નાખે છે.

આ રીતે પાંચ, છ કે સાત અંકની સમફરક સંખ્યાઓના સરવાળા પણ ઝડપથી કરી શકાય છે.

[૧૦]

ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓનું શોધન

મંડળી કે મિજલસ જામી હોય અને ગણિતના આઠ-દશ ચમત્કારિક પ્રયોગો કરી બતાવવાનો પ્રસંગ આવે તો આ પ્રયોગ જરૂર કરવા જેવો છે. તેમાં કાગળ તથા પેન્સીલ સિવાય અન્ય સાધનની જરૂર પડતી નથી. તેની રજૂઆત સામાન્ય રીતે આ પ્રમાણે થાય છે:

ગણિતજ્ઞ મંડળી કે મિજલસને ઉદ્દેશીને કહે છે: 'સદ્દગૃહસ્થો તથા સન્નારીઓ! કોઈ ત્રણ વ્યક્તિ જંગલમાં ભૂલી પડી હોય કે ગૂમ થઈ ગઈ હોય તો તેને શોધવાનું કામ કેટલું અઘરું છે, તે તમે બધાં જાણો છો. આવું જ અઘરું કામ ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓને શોધવાનું છે કે જે લખાયા પછી અનેક જાતના આંકડાઓના સરવાળા તથા ગુણાકારમાં ગુમ થઈ જાય છે. પરંતુ એ અઘરું કામ આંખના પલકારા માત્રમાં સિદ્ધ કરી બતાવવા માટે હું તમારી સમક્ષ ઊભો થયો છું. હવે તમે બધા તમારું ધ્યાન મારા પર કેન્દ્રિત કરશો અને હું જે કંઇ કહું તે પર બરાબર ધ્યાન આપશો.

આપનામાંથી કોઈ પણ ભાઈ કે બહેન ઉભા થાય.

એક ભાઈ ઊભા થાય છે.

ગણિતજ્ઞ—તમે એક કાગળ ઉપર ૧ થી ૯૯ સુધીમાં આવતી કોઈ પણ ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓ લખો. જે સંખ્યાઓ ક્રમ પ્રમાણે લખાય, તે ક્રમિક કહેવાય. દાખલા તરીકે ૧–૨–૩ એ ક્રમિક સંખ્યા છે; ૯–૧૦–૧૧ એ પણ ક્રમિક સંખ્યા છે; ૩૫–૩૬–૩૭ એ પણ ક્રમિક સંખ્યા છે. આ પ્રમાણે તમારે ત્રણ ક્રમિક સંખ્યા લખવાની છે.

જિજ્ઞાસુ—આવી સંખ્યાને અંગ્રેજીમાં શું કહે છે?

ગણિતજ્ઞ—આવો પ્રશ્ન કેમ પૂછવો પડયો? આપણી ભાષામાં ગણિત માટે પૂરતા શબ્દો છે. છતાં તમારે જાણવું જ હોય તો કહું છે કે અંગ્રેજી ભાષામાં એને કોન્ઝીક્યુટીવ નંબર્સ (Consecutive numbers) કહે છે.

વારુ, તમે ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓ લખી?

જિજ્ઞાસુ—હા જી.

ગણિતજ્ઞ—હવે એ ત્રણ રકમોનો સરવાળો કરો.

જિજ્ઞાસુ—કર્યો.

ગણિતજ્ઞ—હવે પછી તમને કેટલીક સંખ્યાઓ લખાવવામાં આવશે, તેનો પણ તમારે સરવાળો જ કરવાનો છે, એટલે એકની નીચે બીજી, બીજીની નીચે ત્રીજી એમ જ લખવાનું રાખશો.

જિજ્ઞાસુ—ભલે.

ગણિતજ્ઞ—સજ્જનો અને સન્નારીઓ ! હવે તમારામાંથી પાંચ વ્યક્તિઓ ઊભી થઈ જાય. તેમણે ગણિત કરવાનું નથી, પણ માત્ર સંખ્યાઓ જ બોલવાની છે અને તે એક કે બે આંકડાની જ બોલવાની છે.

મિજલસમાંથી પાંચ વ્યક્તિઓ ઊભી થાય છે.

એક પ્રશ્ન—આમાં કોઈ છઠ્ઠી વ્યક્તિ મળે તો ચાલે ?

ગણિતજ્ઞ—જરૂર. આપ છઠ્ઠા. હજી પણ કોઈને ઊભા થવાની ઇચ્છા હોય તો થઈ શકે છે. હું બીજી બે વ્યક્તિઓને મંજૂર રાખીશ.

છઠ્ઠી, સાતમી તથા આઠમી વ્યક્તિ ઊભી થાય છે. ગણિતજ્ઞ તેમને સંખ્યા લખવાનું કહે છે અને તેઓ એક કે બે આંકની સંખ્યા લખાવી દે છે. ગણિતજ્ઞ તે બધી સંખ્યાઓ એક કાગળ પર લખી લે છે અને છેવટે પોતાના તરફથી ૧, ૨ કે ૩ નો આંક જિજ્ઞાસુને લખાવે છે. આ રીતે કુલ ૯ સંખ્યાઓ થઈ, તેનો જિજ્ઞાસુએ સરવાળો કરવાનો હોય છે, જે બે કે ત્રણ મીનીટમાં તે કરી લે છે.

ગણિતજ્ઞ—કેમ સરવાળો થઈ ગયો ? તેમાં કોઈ ભૂલ તો નથી રહી ગઈ, તે બરાબર જોશો.

જિજ્ઞાસુ ફરી એક વાર તેનો સરવાળો કરી જવાબ આપે છે કે સરવાળો બરાબર છે.

ગણિતજ્ઞ—ઘણું સારું, ગણિતમાં આવી જ ચોકસાઈ જોઈએ. હવે તમારા સરવાળાને ૬૭ થી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ ગુણાકાર કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—આવેલું પરિણામ જણાવો.

જિજ્ઞાસુ પરિણામ જણાવે છે, એટલે ગણિતજ્ઞ તરત જ કહી આપે છે કે તમે કાગળ પર લખેલી ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓ અમુક છે. આથી સભામાં આશ્ચર્ય ફેલાય છે અને બધા તાળીઓ પાડે છે.

હવે આ પ્રયોગનું રહસ્ય સમજીએ. તે એક-બે દાખલા ગણવાથી જ બરાબર સમજાશે.

ધારો કે મુમુક્ષુએ નીચે પ્રમાણે ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓ લખી છે:

	૩૧
	૩૨
	૩૩
તેનો સરવાળો આવશે—	૯૬
ધારો કે સભાજનોએ તેમાં નીચે પ્રમાણે રકમો ઉમેરાવી છે.	૧૬
	૨૭
	૩૫
	૭૨
	૪૩
	૬
	૫૯
	૮૩
આ રકમોનો સરવાળો થશે—	૩૪૧
આ રકમ ત્રણે ભાજ્ય બને તેમ કરવાની જરૂર છે. તે માટે ગણિતજ્ઞ તેમાં ઉમેરાવશે-	૧
એટલે તેનો સરવાળો થશે—	૩૪૨

આ પ્રયોગમાં આ વસ્તુ ઘણી મહત્ત્વની છે. ગણિતજ્ઞ તેને તરતજ ૩ થી ભાગશે કે જેનો ઉત્તર ૧૧૪ આવશે. પછી તેને કાગળના છેડે લખી રાખશે.

હવે જિજ્ઞાસુની રકમ છે	૯૬
તેમાં ઉમેરાશે	૩૪૨
તેનું પરિણામ આવશે	૪૩૮
	×૬૭
	૩૦૬૬
	૨૬૨૮×
પરિણામ આવશે—	૨૯૩૪૬

હવે ગણિતજ્ઞ એટલી ખાતરી કરી લેશે કે આ ગુણાકાર બરાબર છે કે નહિ? તેને શંકા હશે તો આ ગુણાકાર ફરી એક વાર તપાસી જવાનું જણાવશે. તે બરાબર લાગતાં પેલી ૧૧૪ ની રકમ તરત જ તેમાંથી બાદ કરશે.

	૨૯૩૪૬
	− ૧૧૪
પરિણામ આવશે—	૨૯૨૩૨

તેમાં છેલ્લા બે આંકડા એટલે દશક તથા એકમનો આંકડો મહત્ત્વનો છે. તે જ ક્રમિક સંખ્યાઓમાંની વચલી સંખ્યા છે. એટલે ગણિતજ્ઞ તરત જ કહેશે કે તમારી લખેલી સંખ્યાઓ ૩૧, ૩૨ અને ૩૩ છે.

હવે બીજો એક દાખલો.

જિજ્ઞાસુએ લખી છે—	૫૬
	૫૭
	– ૫૮
તેનો સરવાળો આવ્યો	૧૭૧

હવે જુદી જુદી; આઠ સંખ્યાઓનો સરવાળો છે ૨૪૭. તો ગણિતજ્ઞ તેને ત્રણે ભાજ્ય બનાવવા માટે પોતાના તરફથી ૨ ઉમેરાવી ૨૪૯ની બનાવશે.

	૧૭૧
	+ ૨૪૯
પરિણામ આવશે—	૪૨૦

૨૪૯ ને ત્રણે ભાગતાં ૮૩ આવે છે, તે હાલ બાજુએ રાખીએ અને આવેલી સંખ્યાને ૬૭ થી ગુણીએ.

	૪૨૦
	× ૬૭
	૨૯૪૦
	૨૫૨૦×
પરિણામ આવશે—	૨૮૧૪૦
તેમાંથી બાદ	– ૮૩
	૨૮૦૫૭

છેલ્લા બે અંકોમાંની સંખ્યા છે ૫૭, એટલે ઉત્તર આવશે ૫૬, ૫૭, અને ૫૮.

અગત્યની સૂચનાઓ

(૧) જિજ્ઞાસુને ૧ થી ૯૯ સુધીની સંખ્યાઓ પૈકી ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાઓ લખવાનું કહેવું, તેથી વધારે નહિ. કદાચ તે આગ્રહ કરે તો જણાવવું કે દરેક કામ નિયમ પ્રમાણે થાય છે, માટે હાલ તો હું કહું તે પ્રમાણે જ કરો.

(૨) ક્રમિક સંખ્યાના સરવાળામાં એકથી માંડીને ગમે તેટલી સંખ્યાઓ ઉમેરી શકાય, પણ ભૂલો નિવારવા માટે તથા વધારે સમય ન જાય તે માટે એકથી બે અંકની એવી વધારેમાં વધારે આઠ સંખ્યાઓ જ ઉમેરાવવી.

(૩) તેનો સરવાળો તરત જ કરી લેવો અને જોવું કે તે ત્રણથી ભાજ્ય છે કે નહિ ? જો ત્રણે ભાજ્ય હોય તો તેમાં ત્રણ ઉમેરવા. જો ત્રણે ભાજ્ય થવામાં ૧ ખૂટતો હોય તો ૧ ઉમેરવો અને ૨ ખૂટતા હોય તો ૨ ઉમેરવા. આ રીતે જે રકમ તૈયાર થાય, તેને ત્રણથી ભાગી લેવી અને જવાબ તૈયાર રાખવો.

(૪) કુલ નવ રકમો ઉમેરાવતાં જે સંખ્યા આવે તેને ૬૭ થી જ ગુણાવવી. આ ગુણાકારમાં ચમત્કાર રહેલો છે, એટલે તેમાં ફેરફાર કરવો નહિ.

(૫) જે જવાબ આવે, તેમાંથી બાજુએ રાખેલી રકમ બાદ કરવી. તેનો જે જવાબ આવે તેના છેલ્લા બે અંકો ત્રણ ક્રમિક સંખ્યાની વચલી સંખ્યાની બરાબર સમજવા.

ધારો કે જિજ્ઞાસુએ લખેલી છે ૧
૨
૩

તેનો સરવાળો થયો ૬

હવે તેમાં માત્ર બે જ વ્યક્તિએ રકમો
ઉમેરાવી છે, તે આ પ્રમાણે– ૧
૨
તો તેમાં ગણિતજ્ઞે ઉમેરવાની રહેશે ૩

કુલ ઉમેરાશે ૬
બધાનો સરવાળો થશે ૧૨
×૬૭

૮૪
૭૨×

પરિણામ આવશે– ૮૦૪

હવે ૬ ને ૩ થી ભાગતાં ભાગાકાર ૨ આવે છે. એટલે આ રકમમાંથી ૨ બાદ કરવાના રહેશે.

– ૨

પરિણામ આવશે— ૮૦૨

અહીં ૦૨ છે, એટલે ૨ જ સમજવા. તે વચલી રકમ છે, માટે જવાબ ૧, ૨ અને ૩.

હવે તમે પ્રયોગ કરી જુઓ. જવાબ બરાબર આપી શકશો.

[૧૧]

અજ્ઞાત સંખ્યાનું જ્ઞાત સંખ્યામાં પરિણમન

'એક અજ્ઞાત સંખ્યાનું જ્ઞાત સંખ્યામાં પરિણમન થઈ શકે ખરૂં?' પ્રથમ ક્ષણે તો એમ જ લાગે છે કે થઈ શકે નહિ, પરંતુ ગણિતનો પ્રયોગ એ હકીકત સિદ્ધ કરી આપે છે, એટલે આપણી એ ધારણા સુધારવી ઘટે છે.

સામાન્ય રીતે આ પ્રયોગ સો, બસો કે તેથી વધુ વ્યક્તિઓની બનેલી મંડળી કે મિજલસ સમક્ષ કરી બતાવવામાં આવે છે, કારણ કે તેમાં રસની-કુતૂહલની જે જમાવટ થાય છે, તે તદ્દન નાની મંડળી કે મિજલસમાં થતી નથી. આમ છતાં કુશલ ગણિતજ્ઞ નાની મંડળી કે મિજલસ સમક્ષ પણ આ પ્રયોગ કરવા ધારે તો કરીને પ્રેક્ષકવર્ગને આશ્ચર્યમુગ્ધ બનાવી શકે છે.

આ પ્રયોગ કરવા માટે નીચેની વસ્તુઓની જરૂર પડે છે:

(૧) ફુલસ્કેપ કોરો કાગળ.

(૨) કોરા કાગળની નાની ચાર-પાંચ કાપલીઓ.

(૩) લાલ-વાદળી પેનસીલ.

કોરા ફુલ્સકેપ કાગળમાં નીચે પ્રમાણે આંકડા મોટા કદમાં લખી રાખવા જરૂરી છે. પ્રેક્ષકવર્ગ વિવિધ ભાષાભાષી હોય તો આ આંકડા અંગ્રેજીમાં લખવા જોઈએ.

क	ख	ग
૧	૧	૧
૨	૨	૨
૩	૩	૩
૪	૪	૪
	૫	૫
	૬	૬
	૭	૭
		૮
		૯

આ કાગળ પ્રયોગકારે પોતાની પાસે રાખવાનો હોય છે. સામાન્ય રીતે આવા પ્રયોગ વખતે પ્રયોગકાર પોતાની પાસે એક મોટું ટેબલ મૂકાવે છે અને તેના પર એક ક્લીપ-બોર્ડ કે એવું જ કંઈ રખાવે છે, તેમાં આ કાગળ ભેરવી રાખવામાં આવે છે.

આ પ્રયોગની શરૂઆત કરતાં પ્રયોગકારે મિજલસમાંથી કોઈપણ એક વ્યક્તિને ઊભા થવાનું આમંત્રણ આપવું જોઈએ અને તેના હાથમાં કોરા કાગળની કાપલી આપી તેને ૫૦૧ થી ૯૯૯ સુધીની કોઈ પણ એક સંખ્યા લખવાનું જણાવવું જોઈએ.

જિજ્ઞાસુએ કઈ સંખ્યા લખી છે, તે પ્રયોગકાર જાણતો નથી, એટલે તેને માટે એ સંખ્યા અજ્ઞાત છે. અજ્ઞાત એટલે નહિ જાણેલી (unknown)

અહીં પ્રયોગકાર રંગ જમાવવા માટે અજ્ઞાત અને જ્ઞાત વિષે થોડું વિવેચન કરે તો ઠીક રહે છે. જેમકે—આ વિશ્વ વિરાટ્ છે. તેમાં આપણે ન જાણતા હોઈએ તેવું ઘણું છે અને જાણતા હોઈએ તેવું બહુ ઓછું છે. આપણે જેને વિદ્વાન્ કે પંડિત તરીકે ઓળખતા હોઈએ છીએ, તે પણ વાસ્તવમાં જ્ઞાન-મહાસાગરનાં થોડાં બિંદુઓ જ પામેલા હોય છે. ગુરુત્વાકર્ષણના નિયમની શોધ કરનાર સર આઈઝેક ન્યુટને કહ્યું હતું કે આપણી સ્થિતિ તો જ્ઞાનરૂપી મહાસાગરના કિનારે શંખલા-છીપલાં વીણવા જેવી છે. એટલે કે હજી આપણે વાસ્તવિકતાના સમુદ્રમાં પ્રવેશ કર્યો નથી. આજના અન્ય વૈજ્ઞાનિકો પણ આવી જ વાણી વદે છે. તેઓ કહે છે કે– "We are beginning to appreciate better and more throughly, how great is the range of our ignorance" અર્થાત્ આપણા અજ્ઞાનનો વિસ્તાર કેટલો મોટો છે, તે આપણે વધુ સારી અને સ્પષ્ટ રીતે સમજવા લાગ્યા છીએ.

પરંતુ મિત્રો ! પ્રયત્ન કરીએ-પુરુષાર્થ આદરીએ તો અજ્ઞાતને જ્ઞાત બનાવી શકાય છે. ભૌતિકશાસ્ત્ર, રસાયણ-શાસ્ત્ર, વૈદ્યક, શિલ્પ, જ્યોતિષ વગેરેનું જ્ઞાન આપણે શી

રીતે મેળવ્યું ? હવે તો ચંદ્ર પર ઉતરાણ થવા લાગ્યું છે એટલે તે સંબંધી ખરૂં જ્ઞાન આપણે જરૂર મેળવી શકીશું.

આ તો પ્રાસંગિક કહેવાયું. હવે સભામાંથી ત્રણ મહાનુભાવો ઊભા થાય.' જો આ મંડળી કે મિજલસમાં વિદ્યાર્થીઓ બેઠેલા હોય તો પ્રાયઃ તેમને જ ઊભા કરવા.

આ રીતે ત્રણ મહાનુભાવો કે વિદ્યાર્થીઓ ઊભા થયા પછી પ્રથમ મહાનુભાવ કે વિદ્યાર્થીને પોતાની પાસે બોલાવીને કહેવું કે જુઓ આ કાગળ પર क, ख અને ग નામની ત્રણ પંક્તિઓ છે. તેમાંથી તમારે क પંક્તિનો કોઈ પણ અંક લાલ પેનસીલથી ચેકવાનો છે. એટલે તે લાલ પેનસીલથી અંક ચેકશે. પછી તેને કોરા કાગળની કાપલી આપી તેના મથાળે क ની સંજ્ઞા કરાવવી અને તેમાં જે અંક ચેક્યો હોય તે વાદળી પેનસીલથી લખી લેવા જણાવવું. એ વિધિ થઈ જાય, એટલે તેને એ કાપલી પોતાના ગજવામાં મૂકી રાખવાની સૂચના આપી પોતાના સ્થાને બેસાડવો.

બીજા મહાશય કે વિદ્યાર્થીને ख પંક્તિમાંનો અંક ચેકાવવો અને ત્રીજા મહાશય કે વિદ્યાર્થીને ग પંક્તિમાંનો અંક ચેકાવવો. બાકીનો બધો વિધિ क મુજબ કરાવવો.

આ રીતે ત્રણ મહાનુભાવોએ જે અંકો ચેક્યા, તે પ્રયોગકાર જાણે છે, એટલે તેનાથી બનતી ત્રણ અંકની સંખ્યા જ્ઞાત છે, જાણેલી છે. હવે જિજ્ઞાસુએ લખેલી અજ્ઞાત સંખ્યાને આ જ્ઞાત સંખ્યાની ભૂમિકાએ લાવવાની છે, તે

પ્રયોગકાર નીચેની પ્રક્રિયાથી લાવી આપે છે અને સહુને આશ્ચર્યમાં ડૂબાડી દે છે.

ધારો કે જિજ્ઞાસુએ ૮૧૨ની સંખ્યા લખી છે અને क, ख તથા ग એ ચેકેલા અંકોમાંથી ૨૫૭ની સંખ્યા બની છે, તો પ્રયોગકારે જિજ્ઞાસુને ગણિત કરાવી ઉત્તરમાં ૨૫૭ની સંખ્યા લાવવી જોઈએ, તે નીચે પ્રમાણે લાવવામાં આવે છે:—

પ્રયોગકાર—(જિજ્ઞાસુને) જુઓ મહાશય, તમે ૫૦૧ થી ૯૯૯ સુધીમાં એક સંખ્યા લખેલી છે. તેની નીચે ૭૪૨ લખો અને તે બંને રકમોનો સરવાળો કરો.

અહીં પ્રયોગકાર જે રકમ ઉમેરવાનું કહે છે, તે જ ખરી મહત્ત્વની છે. આ રકમનો નિર્ણય ૯૯૯ના આધારે થાય છે, એટલે ૯૯૯માંથી જ્ઞાત સંખ્યા ૨૫૭ બાદ કરવામાં આવે છે અને તેનું પરિણામ ૭૪૨ જિજ્ઞાસુને લખાવવામાં આવે છે. અહીં એટલું ધ્યાનમાં રાખવાનું કે क–ख–ग એ અંકો ચેકવાથી જે જ્ઞાત સંખ્યા બને તે ૯૯૯ માંથી બાદ કરવી અને બાકી રહેલી સંખ્યા જિજ્ઞાસુને લખાવવી. તેમાં જરાપણ ભૂલચૂક થઈ તો ઉત્તર ખોટો આવવાનો, માટે બાદબાકી કરાવવામાં ખાસ સાવધાની રાખવી. પછીની પ્રક્રિયા તો દરેક હિસાબમાં સરખી જ છે. તે આ પ્રમાણે કરાવવામાં આવે છે:—

જિજ્ઞાસુએ લખેલી	૮૧૨
પ્રયોગકારે લખાવેલી	+ ૭૪૨
	૧૫૫૪

જે રકમ આવી તેના ચતુર્થ સ્થાને એટલે કે હજારના સ્થાને રહેલો આંકડો છેકી નાખો અને તે રકમની નીચે લખી તેનો સરવાળો કરો.

એમ કરતાં આવેલું પરિણામ— ૫૫૪
+ ૧
= ૫૫૫

હવે પ્રયોગકારે જિજ્ઞાસુને કહેવાનું કે તમે જે રકમ મૂળ લખેલી છે, તેમાંથી આ રકમ બાદ કરો. એટલે પરિણામ નીચે મુજબ આવવાનું :

૮૧૨
-- ૫૫૫
= ૨૫૭

હવે પ્રયોગકાર પ્રથમ મહાશયને કહે છે કે આપ આપનો આંકડો બોલો. તે કહે છે કે ૨. એટલે પ્રયોગકાર જિજ્ઞાસુને કહે છે કે તમારો પહેલો અંક ૨ છે?

જિજ્ઞાસુ હા પાડે છે.

આ જ રીતે બીજાને પૂછતાં તે ૫ કહે છે અને ત્રીજાને પૂછતાં ૭ કહે છે, જે જિજ્ઞાસુની રકમના બીજા અને ત્રીજા અંક બરાબર છે.

પરિણામ બરાબર આવી જતાં પ્રેક્ષકોમાં આશ્ચર્યનું મોજું ફેલાય છે અને ગણિત એક રહસ્યમય વિષય હોવા અંગે તેમની શ્રદ્ધા મજબૂત બને છે.

એક બીજો દાખલો આ જ રીતે કરીએ, જેથી રીતની સ્પષ્ટતા થશે અને તેમાં કોઈ સંશય રહેવા પામશે નહિ.

જિજ્ઞાસુએ ધારેલી રકમ ૬૫૯
વિદ્યાર્થીએ ચેકેલા આંક ૩૪૫. એટલે.

૯૯૯ − ૩૪૫ = ૬૫૪   + ૬૫૪

	૧૩૧૩
ચોથા સ્થાને રહેલો આંકડો ચેકતાં	૩૧૩
ચેકેલો આંકડો નીચે ઉમેરતાં	+ ૧
	૩૧૪
મૂળ ધારેલી રકમ	૬૫૯
તેમાંથી બાદ	૩૧૪
આ ઉત્તર બરાબર છે.	= ૩૪૫

ગણિત-ચમત્કાર ભાગ પહેલાના પંદરમા પ્રકરણમાં સિદ્ધાંકના ત્રણ પ્રયોગો આપવામાં આવ્યા છે. તેમાંના પહેલા પ્રયોગની રીતિ જ આમાં કામે લગાડવામાં આવી છે; એટલે પાઠકોએ એક વાર એ પ્રકરણ પર નજર નાખી જવાની જરૂર છે.

આ પ્રયોગ ચાર અંકનો કરવો હોય તો કાગળ પર ઘ નામની ચોથી પંક્તિ લખવી અને તેની નીચે ૧ થી ૯ સુધીના અંકો લખવા તથા જિજ્ઞાસુને ૫૦૦૧ થી ૯૯૯૯ સુધીમાં કોઈ પણ એક સંખ્યા લખવાનું કહેવું. બાકીની બધી રીતિ ઉપર મુજબ સમજવી. દાખલા તરીકે—

જિજ્ઞાસુએ ધારેલી રકમ ૭૨૭૯

મહાનુભાવોએ ચેકેલી રકમ ૪૩૫૧

એટલે ૯૯૯૯
−૪૩૫૧
૫૬૪૮ +૫૬૪૮
૧૨૯૨૭

અહીં ચોથાને બદલે પાંચમો અંક ચેકવા કહેવું અને તે અંક નીચે ઉમેરવા જણાવવું.

પરિણામ— ૨૯૨૭
+ ૧
=૨૯૨૮

ધારેલી મૂળ રકમ ૭૨૭૯
— ૨૯૨૮
૪૩૫૧

ઉત્તર જ્ઞાત સંખ્યા બરાબર છે.*

* હૈદરાબાદમાં ગુજરાતી પ્રગતિ સમાજના ઉપક્રમે તા. ૧૯–૯–૬૫ના રોજ અને સિકંદરાબાદમાં ગુજરાતી સેવામંડળના ઉપક્રમે તા. ૨૧–૯–૬૫ના રોજ અમે ગણિત–ચમત્કારના પ્રયોગો બતાવ્યા હતા. તેમાં આ પ્રયોગ રજૂ થયો હતો અને તે ખૂબ પ્રશંસા પામ્યો હતો.

[૧૨]

ઉત્તરની અચૂક આગાહી

વાયુશાસ્ત્રીઓ ઘણી વાર આગાહી કરે છે કે આવતી કાલે વરસાદનાં ભારે ઝાપટાં પડશે અને પવન જોરથી ફુંકાશે, પણ કેટલીક વાર એવું બને છે કે બીજા દિવસે આકાશમાં વાદળું દેખાતું નથી અને પવન મંદ મંદ વાતો હોય છે. તાત્પર્ય કે તેમની આગાહીઓ જોઈએ તેવી અચૂક હોતી નથી.

ઘણા મુસદ્દીઓ રાજદ્વારી ઘટના વિષે અમુક આગાહી કરે છે, પણ છેલ્લી ઘડીએ એવા બનાવો બની જાય છે કે એ આગાહી કરતાં કંઈ જુદું જ દૃશ્ય જોવામાં આવે છે, એટલે કે તે આગાહી પણ અચૂક હોતી નથી.

જ્યોતિષશાસ્ત્રીઓ આગાહી કરવા માટે પંકાયેલા હોય છે, પરંતુ તેમાં પણ ઘણી વાર છબરડા વળે છે. રાજગાદીએ બેસવાનું મુહૂર્ત હોય અને જવું પડે વનવાસમાં; એ છબરડો નહિ તો બીજું શું ?

પરંતુ ગણિતવિદ્યા એવી ગહન અને અદ્ભુત છે કે

તેના આધારે ઉત્તરની અચૂક આગાહી કરી શકાય છે, પછી પ્રશ્ન કરનારાઓ ગમે તેવી મનસ્વી સંખ્યાઓ ભલે લખે !

આ પ્રયોગ કેવી રીતે થાય છે, તેનું વર્ણન કરવાથી પાઠકોને બધો ખ્યાલ આવી જશે.

ગણિતજ્ઞ—સજ્જનો અને સન્નારીઓ ! તમે બધા ગણિતના પ્રયોગોમાં જે રસ દાખવી રહ્યા છો, તે જોઈને મને ઘણી ખુશી ઉપજે છે. આ પ્રયોગોનું સૂક્ષ્મ નિરીક્ષણ કરવા માટે અહીં પરીક્ષક–સમિતિના માનવંતા સભ્યો હાજર છે અને સભાપતિ મહોદય પણ ખૂબ ઉત્સુકતાથી આ પ્રયોગ તરફ મીટ માંડી રહ્યા છે.

હું તમને જણાવવાની રજા લઉં છું કે હવે પછી તમારી સમક્ષ જે પ્રયોગ કરવાનો છે, તેના ઉત્તરની મેં અચૂક આગાહી કરેલી છે અને તે મારા હાથમાં રહેલા બે સીલબંધ પરબીડિયામાં મૂકેલી છે. આમાંના એક પરબીડિયા પર મેં क ની સંજ્ઞા કરી છે અને બીજા પરબીડિયા પર ख ની સંજ્ઞા કરી છે. આ બંને પરબીડિયા હું સભાપતિ મહોદયને સુપ્રત કરું છું.

અહીં ગણિતજ્ઞ પોતાના સ્થાનેથી આગળ વધીને સભાપતિ મહોદય પાસે જાય છે અને સહજ નમન કરીને તેમને બે પરબીડિયાં સુપ્રત કરે છે. પ્રેક્ષકોમાં કુતૂહલનું વાતાવરણ જામે છે.

ગણિતજ્ઞ—ગૃહસ્થો અને સન્નારીઓ ! હમણાં તમને સ્વયંસેવક ભાઈઓ કોરા પરબીડિયાં વહેંચશે. આ પરબી–

ડિયામાં કાગળની કાપલીઓ મૂકેલી છે. તેમાં તમે ૧ થી ૯૯૯ સુધીની સંખ્યા લખી શકો છો. સંખ્યા લખ્યા પછી તમારે એ કાપલી પાછી પરબીડિયામાં મૂકી દેવાની છે અને એ પરબીડિયા પર क અથવા ख પૈકી તમારી મુનસફી અનુસાર કોઈપણ એક અક્ષર લખવાનો છે.

હવે સ્વયંસેવકભાઈઓ પંદર વ્યક્તિને પરબીડિયાં વહેંચી દે. ગણિતના ચમત્કારિક પ્રયોગોમાં થોડા સ્વયંસેવક ભાઈઓને શરૂઆતથી જ રાખવામાં આવે છે અને તેમને આ પ્રકારની કેટલીક કામગીરી બજાવવાની હોય છે.

ત્યાર બાદ સ્વયંસેવકો નજીક તથા દૂર બેઠેલી વ્યક્તિઓને તૈયાર રાખેલા પરબીડિયા વહેંચી દે છે અને એક કે બે મીનીટ પછી પાછા તેને એકઠાં કરી લે છે.

ગણિતજ્ઞ—હવે સભામાંથી બે એવી વ્યક્તિઓ બહાર આવે કે જેમનું ગણિત સારું હોય.

બે વ્યક્તિઓ ઊભી થાય છે અને નજીક આવે છે. તેમને થોડે દૂર ગોઠવેલા બે ખાલી ટેબલો પર બેસાડવામાં આવે છે. તેમાંથી એકને क ની સંજ્ઞા આપવામાં આવે છે અને બીજાને ख ની સંજ્ઞા આપવામાં આવે છે.

ગણિતજ્ઞ—क અને ख મહાશય! તમારી પ્રથમ કામગીરી એ છે કે હમણાં સ્વયંસેવક ભાઈઓએ જે ૧૫ પરબીડિયાં એકત્ર કર્યાં છે, તે તમારે લઈ લેવાં અને તેમાંથી જેના પર क સંજ્ઞા કરી હોય, તે क મહાશયે લેવાં અને ख સંજ્ઞા કરી હોય, તે ख મહાશયે લેવાં.

બંને મહાશયો તે પ્રમાણે કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—क મહાશય! તમારી પાસે જે પરબીડિયાં આવ્યાં છે, તેમાંથી કાગળની કાપલીઓ કાઢી લો અને તેમાં જે સંખ્યાઓ લખી છે, તેનો એક કાગળ પર સરવાળો કરો. ख મહાશય! તમે પણ તમારા પરબીડિયામાંની કાપલીઓ કાઢી, આ જ રીતે તેનો સરવાળો કરો, એ સરવાળો તમારે મનમાં રાખવાનો છે, જાહેર કરવાનો નથી.

બંને મહાશયો સરવાળો કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—क મહાશય! તમને પ્રાપ્ત થયેલી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરી લીધો?

क મહાશય—હા જી!

ગણિતજ્ઞ—તમારા સરવાળાની રકમને ૧૫૪થી ગુણો.

क મહાશય—ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ—આવેલી સંખ્યામાં ૨૫ ઉમેરો.

क મહાશય—ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ—આવેલી સંખ્યાને ૧૪ થી ભાગો.

હસાહસ.

क મહાશય—ભાગ્યા.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ શેષ વધે છે?

क મહાશય—હા જી.

ગણિતજ્ઞ—શેષ સંખ્યામાં ૮ ઉમેરો.

क મહાશય—ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ—આવેલી સંખ્યાને ૩૬ થી ગુણો.

क મહાશય—ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ—બસ, હવે તમને અધિક ગણિત કરાવવાનું નથી.

क મહાશય—છૂટકારાનો દમ ખેંચે છે.

ગણિતજ્ઞ—ख મહાશય ! તમને પ્રાપ્ત થયેલી સંખ્યાનો સરવાળો કરી લીધો ?

ख મહાશય—હા જી.

ગણિતજ્ઞ—એ સંખ્યાને ૧૯૮ થી ગુણો.

પ્રેક્ષકોમાં હસાહસ.

ख મહાશય—ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ ભૂલ તો નથીને ? ફરી એક વાર નજર નાખી જુઓ.

ख મહાશય ફરી નજર નાખી, એક ભૂલ હતી તે સુધારીને કહે છે કે હવે ગુણાકાર બરાબર છે.

ગણિતજ્ઞ—આવેલી સંખ્યામાં ૩૧ ઉમેરો.

ख મહાશય—ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ—આવેલી રકમને ૧૮ થી ભાગો.

ख મહાશય—ભાગ્યા.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ શેષ વધે છે ?

ख મહાશય—હા જી.

ગણિતજ્ઞ—તેમાં ૧૨ ઉમેરો.

ख મહાશય—ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ—હવે તેને ૫૬ થી ગુણો.

હસાહસ.

ख મહાશય–ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ–તેમાં ૩ ઉમેરો.

ख મહાશય–ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ–બસ હવે તમને અધિક ગણિત કરાવવાનું નથી.

(પ્રેક્ષકોને ઉદ્દેશીને) સદ્‌ગૃહસ્થો અને સન્નારીઓ! તમે જે વસ્તુ જાણવા ઇંતેજાર છો તેની થોડી જ વારમાં તમને જાણ થશે. હવે હું क મહાશયને સૂચના કરું છું કે તેઓ સભાપતિ મહોદયની પાસે જાય અને તેમને જે ગણિત કરાવવામાં આવ્યું છે, તેનું આખરી પરિણામ તેમની સામે ધરે,

क મહાશય સભાપતિ મહોદય આગળ જાય છે અને તેમને પરિણામ બતાવે છે.

ગણિતજ્ઞ–સભાપતિ મહોદય! આપને અગાઉથી જે બે સીલબંધ પરબીડિયાં આપવામાં આવ્યાં છે, તેમાંનું क સંજ્ઞાવાળું પરબીડિયું ખોલો અને क મહાશયના પરિણામ સાથે તે બરાબર મળતું છે કે કેમ? તેની જાહેરાત કરો.

સભાપતિ મહોદય તે પરબીડિયું ખોલે છે અને જુએ છે તો તેમાં ૯૮૪ ની સંખ્યા લખેલી છે કે જે બરાબર क મહાશયના પરિણામ જેટલી જ છે. તેમાં કંઈ પણ ફેરફાર નથી.

સભાપતિ મહોદય–(સભાને ઉદ્દેશીને) क પરબીડિયામાં પ્રથમથી ૯૮૪ નો આંક લખાયેલો હતો અને क મહાશયના

ગણિતનું પરિણામ પણ બરાબર ૯૮૪ છે. પછી તે મૂળ ઉત્તર પ્રેક્ષકોને બતાવે છે.

ગણિતજ્ઞ—હવે ख મહાશયને વિનંતિ છે કે તેઓ સભાપતિ મહોદય પાસે જઈને પોતાના ગણિતનું પરિણામ બતાવે.

ख મહાશય સભાપતિ મહોદયને પોતાના ગણિતનું પરિણામ બતાવે છે.

ગણિતજ્ઞ—સભાપતિ મહોદય ! આપ હવે બીજું પરબીડિયું ખોલીને જુઓ કે તેમાં શું લખેલું છે ?

સભાપતિ મહોદય તે પરબીડિયું ખોલે છે અને જુએ છે તો તેમાં ૧૪૦૩ ની સંખ્યા લખેલી છે; જે બરાબર ख મહાશયના પરિણામ જેટલી જ છે. બાદ ગણિતજ્ઞની સૂચનાથી તે જાહેર કરે છે કે ख પરબીડિયામાં પ્રથમથી ૧૪૦૩ નો આંક લખાયેલો હતો અને ख મહાશયનું પરિણામ પણ ૧૪૦૩ ની જ સંખ્યા બતાવે છે. પછી તે મૂળ ઉત્તર પ્રેક્ષકોને બતાવે છે.

આ વખતે તાળીઓના ગડગડાટ થાય છે અને આનંદ તથા આશ્ચર્યનું મોજું ફરી વળે છે.

આપણો સામાન્ય વ્યવહાર એવો છે કે પ્રથમ પ્રશ્ન પૂછાય છે અને પછી તેનો ઉત્તર અપાય છે, જ્યારે આ પ્રયોગોમાં તેથી ઉલટું છે. આમાં ઉત્તર પહેલો લખાય છે અને પ્રશ્નરૂપે લખવાની સંખ્યાઓ પછી લખાય છે. એ આશ્ચર્યનું પ્રથમ કારણ છે.

વળી એ સંખ્યા લખનાર માત્ર એક વ્યક્તિ હોય તો

કદાચ શંકા આવે કે આગળથી કંઈ ગોઠવણ થઈ હશે, પણ સ્વયંસેવકો પોતાને ઠીક લાગે તે ૧૫ વ્યક્તિઓને પરબીડિયાં વહેંચે છે અને તે ૧૫ વ્યક્તિઓ ૧ થી ૯૯૯ સુધીની સંખ્યાઓ પોતાની ઇચ્છા મુજબ લખે છે, એ આશ્ચર્યનું બીજું કારણ છે.

વિશેષમાં એ પરબીડિયા પર क કે ख જે સંજ્ઞા લખવાની છે, તે પણ લખનારની મુનસફી મુજબ લખવાની છે, એટલે કેટલાં પરબીડિયાં क સંજ્ઞાવાળાં થાય અને કેટલાં ख સંજ્ઞાવાળાં થાય, એ પણ અનિશ્ચિત છે. આશ્ચર્યનું ત્રીજું કારણ આને પણ કહી શકાય.

'આ સ્થિતિમાં લખાયેલી રકમોનો ઉત્તર પહેલેથી શી રીતે લખી શકાય ?' આવો પ્રશ્ન કોઈ પણ પ્રેક્ષકને ઉઠે, એ સ્વભાવિક છે અને તેનો કોઈ બુદ્ધિગમ્ય ખુલાસો તેની પાસે નહિ હોવાથી તે આશ્ચર્ય અનુભવે, એ પણ એટલું જ સ્વાભાવિક છે.

હવે આ પ્રયોગનું રહસ્ય ખોલીએ. એક માણસને પોતાની ઇચ્છામાં આવે એવી એક, બે કે ત્રણ અંકની રકમ લખવાની હોય, પાંચ માણસને પોતાની ઇચ્છામાં આવે એવી એક, બે કે ત્રણ અંકની રકમ લખવાની હોય, અથવા પંદર વીસ કે પચીસ માણસને પોતાની ઇચ્છામાં આવે એવી એક, બે કે ત્રણ અંકની રકમ લખવાની હોય અને તેનો સરવાળો કરવાનો હોય, તેને આપણે એક અજ્ઞાત સંખ્યા જ સમજવાની છે.

દાખલા તરીકે—

એક માણસે લખ્યું	પાંચ માણસોએ લખ્યું	પંદર માણસોએ લખ્યું
૭૬૩	૧૭	૩૫
	૬૫	૬૭
	૧૩૯	૧
	૨૭૩	૦
	૪૦૨	૨૨
	૮૯૬	૧૩૪
		૩૬૭
		૧૦૯
		૨૧૮
		૪
		૧૧
		૯૮૭
		૧૦૦
		૫
		૬૩૬
		૨૬૯૬

આ રીતે પરિણામના હજારો વિકલ્પ સંભવે છે, પણ તે બધા 'અજ્ઞાત' સંજ્ઞામાં અંતર્ગત થઈ જાય છે.

આ પરથી એટલું સમજવાનું કે પ્રશ્નકારો ગમે તે સંખ્યા લખે અને તેનો સરવાળો ગમે તે આવે ત્યાં સુધીની ક્રિયા અંગે ગણિતજ્ઞને ખાસ વિચારવાનું હોતું નથી. વધારે

સ્પષ્ટ કહીએ તો આ વસ્તુ મિજલસના મનોરંજન માટે જ ગોઠવાયેલી એક પ્રકારની બાજી છે.

આમાં ખરું મહત્ત્વ જે ગણિત કરાવવામાં આવે છે, તેનું જ છે. તેમાં ગણિતજ્ઞ એક પણ ડગલું ચૂકયો તો સમજવું કે ઉત્તરની જે આગાહી કરી છે, તે ખોટી પડવાની અને તેનું મ્હોં દીવેલ પીધા જેવુ થઈ જવાનું, એટલે તેની જે પ્રક્રિયા નક્કી થયેલી છે, તે બરાબર ખ્યાલમાં રાખવાની અને તે ખૂબ જ સ્વસ્થ ચિત્તે क તથા ख મહાશયો પાસે કરાવવાની.

હવે क કે ख મહાશય ગણિતમાં ભૂલ કરે તો પણ પરિણામ ધાર્યા કરતાં જુદું જ આવવાનું, એટલે તેઓ ગણિતની ક્રિયા બરાબર કરે તે માટે યોગ્ય સૂચના આપતા રહેવું અને બીજા પણ એક મહાશયને તેમની સાથે બેસાડી દેવા કે જે ગણિત સારું જાણતા હોય. એક ગણના કરે અને બીજો તેના પર દેખરેખ રાખે તો ભૂલ થવા સંભવ નથી, અથવા ભૂલ થાય તો તે જ વખતે સુધરી જાય છે.

હવે કોઈ પણ અજ્ઞાત સંખ્યાને ૧૫૪ થી ગુણાવીએ, તેમાં ૨૫ ઉમેરાવીએ અને તેને ૧૪ થી ભાગીએ તો શેષ ૧૧ જ વધવાના. ૧૪ એ ૧૫૪ ની સંખ્યાનો અવયવ છે, એટલે ૧૫૪ થી ગુણેલી સંખ્યાને ૧૪ થી ભાગતાં કંઈ જ શેષ વધે નહિ. તેમાં ૨૫ ની સંખ્યા ઉમેરી છે, તેમાંથી ૧૪ બાદ જાય, એટલે બાકી ૧૧ જ રહે. નીચેના બે-ત્રણ દાખલાઓ જુઓ, એટલે આ વાત બરાબર ખ્યાલમાં આવી જશે.

```
        ૭
     ×૧૫૪
     ----
     ૧૦૭૮
      +૨૫
     ----
૧૪)૧૧૦૩(૭૮
     ૯૮
     --
     ૧૨૩
     ૧૧૨
     ---
      ૧૧
```

```
        ૨૨
     ×૧૫૪
     ----
        ૮૮
      ૧૧૦×
      ૨૨×
     -----
      ૩૩૮૮
       +૨૫
     -----
૧૪)૩૪૧૩(૨૪૩
     ૨૮
     --
     ૬૧
     ૫૬
     --
      ૫૩
      ૪૨
      --
      ૧૧ શેષ
```

```
        ૧૦૬
       ×૧૫૪
      -----
        ૪૨૪
       ૫૩૦×
      ૧૦૬×
      -----
      ૧૬૩૨૪
        +૨૫
      -----
૧૪)૧૬૩૪૯(૧૧૬૭
     ૧૪
     --
     ૨૩
     ૧૪
     --
      ૯૪
      ૮૪
      --
      ૧૦૯
       ૯૮
      ---
       ૧૧ શેષ
```

આ વસ્તુ ગણિતજ્ઞ બરાબર જાણે છે. હવે તે શેષમાં ૮ ઉમેરાવે છે, એટલે સંખ્યા ૧૯ની બને છે અને તેને ૩૬ થી ગુણતાં ૬૮૪ની સંખ્યા આવે છે.

```
    ૧૯
  × ૩૬
  ----
   ૧૧૪
   ૫૭×
  ----
   ૬૮૪
```

પરિણામે આ સિવાય બીજું કંઈ આવવાનું જ નહિ, એટલે કે ગણિતજ્ઞે જે પરિણામ નક્કી કરી રાખેલું છે અને જેને क પરબીડિયામાં મૂકેલું છે, તે જ આવવાનું.

આ જ રીતે કોઈ અજ્ઞાત સંખ્યાને ૧૯૮ થી ગુણીએ અને આવેલી સંખ્યામાં ૩૧ ઉમેરીને તેને ૧૮ થી ભાગીએ તો ૧૯૮ વાળો આખો ગુણાકાર ઉડી જવાનો, કારણ કે ૧૮ એ ૧૯૮ નો અવયવ છે અને ૩૧ ઉમેરેલી સંખ્યામાંથી ૧૮ બાદ જતાં શેષ ૧૩ વધવાના. અજ્ઞાત સંખ્યા ગમે તે હોય, પણ પરિણામ તો આ જ આવવાનું. દાખલા તરીકે—

૧	૫	૪૬
× ૧૯૮	× ૧૯૮	× ૧૯૮
૧૯૮	૯૯૦	૩૬૮
+ ૩૧	+ ૩૧	૪૧૪×
		૪૬×
૧૮) ૨૨૯ (૧૨	૧૮) ૧૦૨૧ (૫૬	૯૧૦૮
૧૮	૯૦	+ ૩૧
૪૯	૧૨૧	૧૮) ૯૧૩૯ (૫૦૭
૩૬	૧૦૮	૯૦
૧૩ શેષ	૧૩ શેષ	૧૩૯
		૧૨૬
		૧૩ શેષ

૧૩ શેષમાં ૧૨ ઉમેરતાં ૨૫ આવે, તેને ૫૬ થી

ગુણતાં ૧૪૦૦ આવે અને તેમાં ૩ ઉમેરતાં ૧૪૦૩ આવે. તેનો બીજો ઉત્તર સંભવે જ નહિ.

આ પ્રયોગ સામાન્ય રીતે 'બે ચમત્કારિક પરણીડિયા' નામથી થાય છે, પણ તેનું સ્વરૂપ સમજવા માટે અહીં 'ઉત્તરની અચૂક આગાહી' તરીકે રજૂ કરવામાં આવ્યો છે. તેનો 'ઉત્તર પહેલો, પ્રશ્ન પછી' એ નામથી પણ તેને રજૂ કરી શકાય છે.

ગણિતજ્ઞ દરેક મિજલસ માટે જુદી સંખ્યાઓ નક્કી કરે છે અને ગુણાકાર, સરવાળો તથા ભાજક સંખ્યા કે જે મૂળ ગુણાકારનો અવયવ છે, તેમાં પણ પરિવર્તન કરતા રહે છે, જેથી આ પ્રયોગો વધારે વાર જોનારને તેનું સાચું રહસ્ય હાથ લાગતું નથી.

[૧૩]

હજાર વિકલ્પનો એક જ ઉત્તર

જેવો પ્રશ્ન એવો ઉત્તર, એ તો આપણે સહુ કોઈ જાણીએ છીએ. કેટલીક વાર એવું બને છે કે ત્રણ, ચાર કે પાંચ પ્રશ્નનો એક જ ઉત્તર અપાય છે. જેમકે—

એક ભીલ રાજા પોતાની ત્રણ રાણીઓને સાથે લઈને કોઈ ગામ તરફ જઈ રહ્યો હતો. તે વખતે એક રાણીએ કહ્યું: 'હે નાથ! મને બહુ તરસ લાગી છે. માટે પાણી લાવી આપો.' બીજી રાણીએ કહ્યું: 'હે સ્વામી! મારાથી હવે ભૂખ્યા રહેવાતું નથી, માટે કોઈ પ્રાણીનો શિકાર કરો!' અને ત્રીજી રાણીએ કહ્યું: 'હે પતિદેવ! આ માર્ગ બહુ કંટાળા ભરેલો લાગે છે, માટે આપ એવું સુંદર ગીત ગાઓ કે જેથી મારું મન પ્રસન્ન થાય.'

તેના જવાબમાં ભીલ રાજાએ માત્ર એટલું જ જણાવ્યું કે "सरो नत्थि." આ વાત પ્રાચીન કાળની છે અને જે શબ્દ બોલાયા તે પ્રાકૃત ભાષાના છે.

તેનો અર્થ પહેલી રાણી એમ સમજી કે सरो नास्ति નજીક કોઈ सरः સરોવર નથી, તો પાણી ક્યાંથી લાવે ? બીજી રાણી એમ સમજી કે शरोःनास्ति—ભાથામાં शरः એટલે બાણ નથી, તો શિકાર શી રીતે કરે ? અને ત્રીજી રાણી એમ સમજી કે स्वरो नास्ति—એટલે ગળામાં स्वरः નથી, અર્થાત્ ગળું બેસી ગયું છે, તો શી રીતે ગાઉં ?

આપણા દેશમાં ગુરુ-ચેલાની પ્રશ્નોત્તરી પ્રસિદ્ધ છે. જેમાં ચાર-ચાર પ્રશ્નોનો એક જ ઉત્તર અપાય છે. જેમકે—

પાન સડે, ઘોડા હઠે, વિદ્યા વિસર જાય;
તવા ઉપર રોટી જલે; કહો ચેલા ક્યું થાય ?

(૧) પાન સડી રહ્યા છે, તેનું કારણ શું ?
(૨) ઘોડો હઠી રહ્યો છે, તેનું કારણ શું ?
(૩) વિદ્યા વિસરાઈ જાય છે, તેનું કારણ શું ?
(૪) તવા ઉપર રોટલી દાઝી રહી છે, તેનું કારણ શું ?

ચેલો ઉત્તરમાં કહે છે કે 'ગુરુજી! ફેરવ્યા વિના.' આમાં ચારેય પ્રશ્નના ઉત્તર આવી જાય છે. પાન એટલે નાગરવેલનાં પાનને ફેરવ્યાં નથી અને એમને એમ પડ્યા રહેવા દીધા છે, માટે તે સડી રહ્યાં છે. ઘોડાને પણ ફેરવ્યો નથી, એટલે કે રોજ થોડો થોડો દોડાવવો જોઈએ, તે રીતે દોડાવ્યો નથી, માટે તે હઠ કરી રહ્યો છે. વિદ્યાને રોજ ફેરવવી જોઈએ, એટલે કે તેનું પરાવર્તન કરવું જોઈએ,

તેમ કર્યું નથી, એટલે વિદ્યા વિસરાઈ રહી છે, અને તવા પર રોટલી નાખ્યા પછી તેને થોડી થોડી વારે ફેરવવી જોઈએ તેમ ફેરવી નથી, તેથી તે દાઝી રહી છે.

ચેલાના ઉત્તરથી ગુરુ ખુશ થયા.

એક વાર એક પટેલને પાંચ માણસોએ જુદા જુદા પ્રશ્નો પૂછ્યા:

પહેલો પ્રશ્ન—ખેડૂત કયો સારો?
બીજો પ્રશ્ન—ઘોડો કયો શોભે?
ત્રીજો પ્રશ્ન—ખાટલો કેવો જોઈએ?
ચોથો પ્રશ્ન—નિશાળીયો કેવો હોય?
પાંચમો પ્રશ્ન—કેવો સરદાર માન પામે?

પટેલ ઘણા હોશિયાર હતા, એટલે તેમણે એ પાંચેય પ્રશ્નનો એક જ ઉત્તર આપ્યો કે 'પાટીદાર.' મતલબ કે ખેડૂતમાં પાટીદાર સારો હોય છે, કારણ કે તેના જેવી સારી ખેતી બીજો કોઈ કરી શકતો નથી. ઘોડો પાટીદાર હોય તો જ શોભે છે, કારણ કે તેથી રસ્તો જલ્દી કપાય છે. ખાટલો પાટીદાર હોય તો જ શોભે છે, કારણ કે તેથી સૂવા ટાણે આરામ મળે છે. નિશાળીયો પાટીદાર એટલે હાથમાં પાટીવાળો હોય તો જ શોભે છે. અને સરદાર પાટીદાર હોય એટલે કે જમીનનો માલીક હોય તો જ માન પામે છે, અન્યથા માન પામતો નથી.

શબ્દનું અર્થગૌરવ સમજાવવા માટે સાહિત્યમાં આવાં

અનેક દૃષ્ટાંતો આપેલાં છે, પરંતુ ગણિતશાસ્ત્રની એ બલિહારી છે કે તે ત્રણ-ચાર-પાંચ નહિ, પચીસ-પચાસ કે સો નહિ, પરંતુ હજારો પ્રશ્નનો એક જ ઉત્તર આપી શકે છે અને તે ખરો હોય છે.

આ પ્રયોગ નીચેની રીતે થાય છે:

ગણિતજ્ઞ—સભાજનો! તમારા દરેકની પાસે કાગળ અને પેનસીલ હશે, એમ માનું છું. ન હોય તો સ્વયંસેવકો તમને હમણાં જ વહેંચી દેશે.

ગણિતજ્ઞ—તમે દરેક તમારી મરજીમાં આવે એવી એક પાંચ આંકડાની સંખ્યા લખો. ૧૦૦૦૦ દશ હજારથી માંડીને ૯૯૯૯૯ નવાણું હજાર નવસો ને નવાણું સુધી પાંચ અંકની સંખ્યા હોય છે, એટલે કે તેના ૮૯૯૯૯ નેવાશી હજાર નવસો ને નવાણું વિકલ્પો છે. તેમાંથી ગમે તે એક વિકલ્પ ગ્રહણ કરો, પણ તેમાં એટલું ધ્યાનમાં રાખવાનું છે કે સંખ્યાનો પહેલો અંક છેલ્લા અંક કરતાં (એકમ કરતાં) મોટો હોવો જોઇએ. દાખલા તરીકે ૫૨૪૩૧ ની રકમમાં પહેલો પાંચડો છે અને છેલ્લો એકડો છે, એટલે તે સંખ્યા મારા કહ્યા મુજબની છે. અહીં ૧ ના સ્થાને ૨, ૩ કે ૪ હોય તો ચાલી શકે, પણ ૬, ૭, ૮ કે ૯ ચાલી શકે નહિ, કારણ કે તે પહેલા અંક કરતાં મોટા છે. બસ, આટલું ધ્યાનમાં રાખી હવે પાંચ અંકની કોઇ પણ સંખ્યા લખો.

થોડી વાર રહીને—આપ બધાએ સંખ્યા લખી લીધી? હવે એ જ સંખ્યાની નીચે તમારે બીજી સંખ્યા લખવાની છે અને તે ઉપરની રકમમાંથી બાદ કરવાની છે. આ સંખ્યામાં તમારી ઉપરની સંખ્યાના વચલા ત્રણ અંકો એના એજ રાખો અને જે પહેલો અંક છે, તેને છેલ્લો અંક કરો અને જે છેલ્લો અંક છે, તેને પહેલો કરો. દાખલા તરીકે ૫૨૪૩૧ની સંખ્યા છે, તો ૨૪૩ ને વચ્ચે રહેવા દો અને ૫ ની જગાએ ૧ લખો અને ૧ ની જગાએ ૫ લખો, એટલે તે સંખ્યા ૧૨૪૩૫ બાર હજાર ચારસો ને પાંત્રીશની બનશે. આ સંખ્યા ઉપરની સંખ્યામાંથી બાદ કરવાની છે.

બધા એ પ્રમાણે બીજી સંખ્યા તૈયાર કરે છે અને મૂળ રકમમાંથી બાદ કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—હવે આ સંખ્યાની નીચે તમારે એક સંખ્યા લખવાની છે અને તેનો સરવાળો કરવાનો છે. આ સંખ્યામાં પણ ઉપરની સંખ્યાના ત્રણ અંકો એને એ જ રહેવા દેવાના છે અને પહેલા અંકને છેલ્લો બનાવવાનો છે તથા છેલ્લા અંકને પહેલો બનાવવાનો છે.

બધા એ પ્રમાણે સંખ્યા લખી સરવાળો કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—હવે તમારી આવેલી રકમને ૧૪ થી ગુણી નાખો. ગુણાકાર મોટો છે, એટલે તેમાં ભૂલ ન થાય, તેનું ધ્યાન રાખશો.

બધા ગુણાકાર તૈયાર કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—હવે હું તમારા બધાનો એક જ જવાબ આપું છું, તે સાંભળી લ્યો. તમારી સંખ્યાનો પહેલો અંક ૨ છે કે જે એકતાનું સૂચન કરે છે. તમે ગમે તે ધર્મ પાળતા હો, ગમે તે જાતિના હો, દેશની બાબતમાં સહુએ એક થઈને રહેવું ઘટે છે. તો જ આપણે આઝાદી સાચવી શકીશું અને આ દુનિયામાં આપણું મસ્તક ઊંચું રાખી શકીશું.

તમારી સંખ્યાનો બીજો અંક ૫ છે, જે પંચવર્ષીય યોજનાને ખૂબ કુનેહથી પાર પાડવાનું સૂચન કરે છે. આ યોજનાઓ પાર પડે તો દેશનો સર્વાંગી વિકાસ થાય અને ગરીબાઈ તથા બેકારીને પોતાનું મ્હોં છૂપાવવું પડે.

તમારી સંખ્યાનો ત્રીજો અંક ૩ છે, જે ત્રણ વસ્તુઓ પર કાબૂ રાખવાનું સૂચન કરે છે: (૧) મન પર કાબૂ રાખો, (૨) વચન પર કાબૂ રાખો અને (૩) કાયા પર કાબૂ રાખો. આમાંથી એકના ઉપરનો કાબૂ ગુમાવ્યો તો અનેકવિધ દુઃખોનો સામનો કરવો પડશે અને જીવન બરબાદ થઈ જશે.

તમારી સંખ્યાનો ચોથો અંક ૯ છે, તે બરાબર છે?

સભાજનો—હાજી.

ગણિતજ્ઞ—આ ૯ નો અંક પૂર્ણ થવાનું સૂચન કરે છે, એટલે કે તમે તમારા જીવનને એવા ગુણોથી ભરી દો કે તેમાં ક્યાંઇ અધૂરાપણું લાગે નહિ. ૯ ને ગમે તે અંકથી ગુણો તો પણ ૯ જ રહે છે, તેમ તમે પણ જીવનની ગમે તે અવસ્થામાં શાંત-સ્થિર-સ્વસ્થ રહો.

તમારી સંખ્યાનો પાંચમો અંક ૮ છે, જે અષ્ટાક્ષરી પવિત્ર મંત્રનું સૂચન કરે છે.

સભાજનો–એ મંત્ર કયો ?

ગણિતજ્ઞ–'શ્રી કૃષ્ણ શરણં મમ.' જૈનધર્મમાં 'ૐ નમો અરિહંતાણં' એ અષ્ટાક્ષરી મંત્ર પણ ખૂબ જ પવિત્ર મનાયેલો છે. હવે આગળ ચાલીએ.

તમારી સંખ્યાનો છઠ્ઠો અંક ૪ છે, જે ચાર પ્રકારના માનવધર્મનું સૂચન કરે છે. પહેલો માનવધર્મ છે દાન, બીજો માનવધર્મ છે શીલ એટલે ઉત્તમ પ્રકારનું ચારિત્ર, ત્રીજો માનવધર્મ છે તપ એટલે સહનશીલતા–તિતિક્ષા અને ચોથો માનવધર્મ છે ભાવ એટલે ઉત્તમ પ્રકારના વિચારો. આ ચતુર્વિધ માનવધર્મનું શરણ લેનાર અવશ્ય પરમપદને પામે છે.

હવે તમારી સંખ્યાનો છેલ્લો અંક કહું છું. તે છે છગડો. તેનું મુખ્ય સૂચન એ છે કે વાત–વાતમાં મત બગડો અને ટાળો આપસનો ઝઘડો. વાત–વાતમાં ઝઘડનારો કદી કાર્યની સિદ્ધિ કરી શકતો નથી અને આપસનો ઝઘડો કોઈ પણ ઉપાયે ટાળ્યા વિના સુખ–શાંતિની પ્રાપ્તિ થતી નથી.

સભાજનો ! તમારી હજારો વિકલ્પવાળી સંખ્યાઓનો મારો આ એક ઉત્તર છે અને તેમાં જે સાર છૂપાયેલો છે, તે તમને કહી સંભળાવ્યો છે.

અહીં બધા સભાજનો આશ્ચર્ય અનુભવે છે કે આ શી રીતે બન્યું? તેની સ્પષ્ટતા ખાતર જુદી જુદી ત્રણ સંખ્યાઓની ગણના કરી છે.

૬૨૬૭૪	૫૯૩૧૨	૯૮૨૭૧
− ૪૨૬૭૬	− ૨૯૩૧૫	− ૧૮૨૭૯
૧૯૯૯૮	૨૯૯૯૭	૭૯૯૯૨
+ ૮૯૯૯૧	+ ૭૯૯૯૨	+ ૨૯૯૯૭
૧૦૯૯૮૯	૧૦૯૯૮૯	૧૦૯૯૮૯
× ૧૪	× ૧૪	× ૧૪
૧૫૩૯૮૪૬	૧૫૩૯૮૪૬	૧૫૩૯૮૪૬

આ રીતે પાંચ અંકની ગમે તે સંખ્યા લખો કે જેનો પ્રથમ અંક છેલ્લા કરતાં મોટો હોય તો બધાનો જવાબ સરખો જ આવશે. આને અંગ્રેજી ભાષામાં સ્થિર સંખ્યા (Constant number) કહે છે.

અહીં ૧૪ નો ગુણાકાર કરાવ્યા પહેલાં જ બધાનું પરિણામ સરખું આવી જાય છે, પણ અંકોમાં વિવિધતા લાવવાની ખાતર તેને ૧૪ થી ગુણાવવામાં આવ્યા છે.

ઉત્તરમાં કયા અંકો આવવાના છે, તે ગણિતજ્ઞ જાણે છે, એટલે તે તે સંખ્યાની વસ્તુઓ કોઈ પણ ટોપલી, ડબ્બા કે થેલીમાંથી કાઢીને પણ પ્રેક્ષકોને આશ્ચર્યમાં ડૂબાડી દે છે. આવા વખતે આ પ્રયોગ માત્ર એક જ વ્યક્તિ પાસે કરાવવામાં આવે છે. અમે આની રજૂઆત ઘણી જુદી જુદી રીતે કરી છે અને તે પ્રેક્ષકોને મુગ્ધ કરનારી બની છે.

[૧૪]

ધારેલો પ્રશ્ન કહેવાની રીત

આપણા એક ભક્તકવિએ ગાયું છે કે 'તરણાં ઓથે ડુંગર રે! ડુંગર કોઈ દેખે નહિ.'

જેઓ આ પંક્તિ સાંભળીને ઉપલક વિચાર કરે છે, તેમને તો એમ જ લાગે છે કે આ કથન અતિશયોક્તિ ભરેલું છે અથવા તો અસંભવિત દોષવાળું છે! તરણું કેટલું નાનું હોય છે? તેની પાછળ એક કાંકરો કે પત્થરનો નાનો ટુકડો પડ્યો હોય તો પણ છૂપાઈ શકતો નથી, તો ડુંગર જેવડી મહાન વસ્તુ કેમ છૂપાઈ શકે?

પરંતુ જેઓ આ પંક્તિ સાંભળીને ઊંડો વિચાર કરે છે અને શબ્દના વાસ્તવિક ભાવ સુધી પહોંચે છે, તેમને ખાતરી થાય છે કે અહીં થોડા શબ્દોમાં ઘણું કહેવાયું છે. તરણું એટલે તરણાં જેવો એક નાનકડો સિદ્ધાંત, તેની પાછળ ડુંગર એટલે મહાન ઘટનાઓ છૂપાએલી હોય છે. પરંતુ અફસોસ કે મનુષ્યોના લક્ષ્યમાં તે આવતી નથી.

અંકગણિતમાં માત્ર ૧૦ અંકો છે: ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ અને ૦. તે કેટલો ચમત્કાર કરી બતાવે છે? વળી તેના નાના નાના સિદ્ધાંતોને લક્ષ્યમાં રાખીએ અને તેનો યુક્તિથી ઉપયોગ કરીએ તો ઘણાં આશ્ચર્યજનક પરિણામો લાવી શકાય છે. આ પ્રકરણમાં અમે એક એવા જ સિદ્ધાંત અને તેના યુક્તિભર્યા ઉપયોગ વિષે વિવેચન કરવા ધાર્યું છે.

૧, ૨, ૪, ૮ અને ૧૬ આ પાંચ સંખ્યાની અહીં સ્થાપના કરીએ છીએ, તેમાં તમને શી વિશેષતા લાગે છે? ઉત્તરમાં તમે કદાચ એમ કહેશો કે 'આમાં પહેલાં કરતાં બીજી સંખ્યા બમણી છે.'

અલબત્ત, તમારો આ ઉત્તર સાચો છે અને તેને એક પ્રકારની વિશેષતા કહી શકાય, પણ તેમાં જે અસાધારણ વિશેષતા છે, તે તમારા ધ્યાનમાં આવી નથી. આ પાંચ સંખ્યાઓ એવી છે કે જેના સંયોજનવડે ૧ થી માંડીને ૩૧ સુધીની કોઈ પણ સંખ્યા પ્રાપ્ત કરી શકાય છે. જેમકે—

ઈષ્ટ સંખ્યા	સંયોજન
૧	૧
૨	૨
૩	૧ + ૨
૪	૪
૫	૧ + ૪

૬	૨ + ૪
૭	૧ + ૨ + ૪
૮	૮
૯	૧ + ૮
૧૦	૨ + ૮
૧૧	૧ + ૨ + ૮
૧૨	૪ + ૮
૧૩	૧ + ૪ + ૮
૧૪	૨ + ૪ + ૮
૧૫	૧ + ૨ + ૪ + ૮
૧૬	૧૬
૧૭	૧ + ૧૬
૧૮	૨ + ૧૬
૧૯	૧ + ૨ + ૧૬
૨૦	૪ + ૧૬
૨૧	૧ + ૪ + ૧૬
૨૨	૨ + ૪ + ૧૬
૨૩	૧ + ૨ + ૪ + ૧૬
૨૪	૮ + ૧૬
૨૫	૧ + ૮ + ૧૬
૨૬	૨ + ૮ + ૧૬
૨૭	૧ + ૨ + ૮ + ૧૬
૨૮	૪ + ૮ + ૧૬
૨૯	૧ + ૪ + ૮ + ૧૬

૩૦	૨+૪+૮+૧૬
૩૧	૧+૨+૪+૮+૧૬

આ વિશેષતાના આધારે જુદી જુદી જાતના અનેક કોયડાઓ યોજાએલા છે. જેમકે—

દા. એક વેપારીએ એવાં પાંચ કાટલાં બનાવ્યાં હતાં કે જેથી તે ૧ થી ૩૧ શેર સુધીની કોઈ પણ વસ્તુ એક ધોરણે જ જોખી આપે, તો તમે કહી શકશો ખરાં કે તેણે એ કાટલાં કેટલા વજનનાં બનાવ્યાં હશે?

ઉત્તર—૧ શેર, ૨ શેર, ૪ શેર, ૮ શેર અને ૧૬ શેર વજનનાં.

દા. એક હોટેલમાં માણસોને રોજનો પગાર ચૂકવાતો હતો. તેમાં ૧ થી માંડીને ૩૧ રૂપિયા સુધીના પગારદારો હતા. હવે તેના માલીકે એવા પાંચ કુપનો બનાવ્યાં કે જેથી કોઈ પણ માણસનો પગાર ચૂકવી શકે, તો તેણે એ કુપનો કેટ-કેટલી કિંમતનાં બનાવ્યાં હશે?

ઉત્તર—૧ રૂપિયાનું, ૨ રૂપિયાનું, ૪ રૂપિયાનું, ૮ રૂપિયાનું તથા ૧૬ રૂપિયાનું.

ગણિત-ચમત્કારના ચૌદમા પ્રકરણમાં 'મનનો ધારેલો આંક કહેનારાં યંત્રો' આપવામાં આવ્યાં છે, તેમાં પણ આ જ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ થયેલો છે. તેમાં પાંચ સ્તંભો બનાવવામાં આવ્યા છે અને તે દરેક સ્તંભના મથાળે અનુક્રમે ૧, ૨, ૪, ૮ અને ૧૬ ની સંખ્યાઓ લખવામાં આવી છે અને તે દરેક સ્તંભની નીચે તે તે અંકના સંયોજન

વડે તૈયાર થતી સંખ્યાઓ લખવામાં આવી છે. જેમકે ૧ ના સંયોજનથી ૧, ૩, ૫, ૭, ૯, ૧૧, ૧૩, ૧૫, ૧૭, ૧૯, ૨૧, ૨૩, ૨૫, ૨૭, ૨૯ અને ૩૧ એ સોળ સંખ્યાઓ બને છે, તો એ બધી સંખ્યાઓને ક્રમશઃ ૧ ની નીચે લખવામાં આવી છે.

૨ ના સંયોજનથી ૨, ૩, ૬, ૭, ૧૦, ૧૧, ૧૪, ૧૫, ૧૮, ૧૯, ૨૨, ૨૩, ૨૬, ૨૭, ૩૦ અને ૩૧ એ સોળ સંખ્યાઓ બને છે, તો એ બધી સંખ્યાઓને ક્રમશઃ ૨ ની નીચે લખવામાં આવી છે.

૪ ના સંયોજનથી ૪, ૫, ૬, ૭, ૧૨, ૧૩, ૧૪, ૧૫, ૨૦, ૨૧, ૨૨, ૨૩, ૨૮, ૨૯, ૩૦ અને ૩૧ એ સોળ સંખ્યાઓ બને છે, તો એ બધી સંખ્યાઓને ક્રમશઃ ૪ ની નીચે લખવામાં આવી છે.

૮ ના સંયોજનથી ૮, ૯, ૧૦, ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૧૪, ૧૫, ૨૪, ૨૫, ૨૬, ૨૭, ૨૮, ૨૯, ૩૦ અને ૩૧ એ સોળ સંખ્યાઓ બને છે, તો એ બધી સંખ્યાઓને ક્રમશઃ ૮ ની નીચે લખવામાં આવી છે.

અને ૧૬ ના સંયોજનથી ૧૬, ૧૭, ૧૮, ૧૯, ૨૦, ૨૧, ૨૨, ૨૩, ૨૪, ૨૫, ૨૬, ૨૭, ૨૮, ૨૯, ૩૦ અને ૩૧ એ સોળ સંખ્યાઓ બને છે, તો એ બધી સંખ્યાઓને ક્રમશઃ ૧૬ ની નીચે લખવામાં આવી છે.

સમજવાની સરલતા ખાતર એ આખો યંત્ર અહીં આપવામાં આવ્યો છે.

મનનો ધારેલો આંક કહેનારો યંત્ર

કોઠાનો નંબર.	૧	૨	૩	૪	૫
	૧	૨	૪	૮	૧૬
	૩	૩	૫	૯	૧૭
	૫	૬	૬	૧૦	૧૮
	૭	૭	૭	૧૧	૧૯
	૯	૧૦	૧૨	૧૨	૨૦
	૧૧	૧૧	૧૩	૧૩	૨૧
	૧૩	૧૪	૧૪	૧૪	૨૨
	૧૫	૧૫	૧૫	૧૫	૨૩
	૧૭	૧૮	૨૦	૨૪	૨૪
	૧૯	૧૯	૨૧	૨૫	૨૫
	૨૧	૨૨	૨૨	૨૬	૨૬
	૨૩	૨૩	૨૩	૨૭	૨૭
	૨૫	૨૬	૨૮	૨૮	૨૮
	૨૭	૨૭	૨૯	૨૯	૨૯
	૨૯	૩૦	૩૦	૩૦	૩૦
	૩૧	૩૧	૩૧	૩૧	૩૧

આ યંત્ર જિજ્ઞાસુ આગળ ધરીને એમ કહેવામાં આવે છે કે તમે આમાંનો કોઈપણ આંક (સંખ્યા) ધારો અને તે કયા કયા સ્તંભમાં છે? એટલું જ કહો, એટલે તમારો ધારેલો આંક કહી આપવામાં આવશે.

જિજ્ઞાસુ અમુક આંક ધારે છે અને બધા સ્તંભો જોઈને કહે છે કે મારો ધારેલો આંક અમુક અમુક સ્તંભમાં છે, એટલે ગણિતજ્ઞ તેના મથાળે રહેલા આંકનો સરવાળો કરીને કહે છે કે તમારો ધારેલો આંક અમુક છે. દાખલા તરીકે જિજ્ઞાસુએ ૩ નો આંક ધાર્યો છે, તો તે એમ કહેશે કે મારો ધારેલો આંક પહેલા અને બીજા સ્તંભમાં છે, તો પહેલા સ્તંભના મથાળે ૧ છે અને બીજા સ્તંભના મથાળે ૨ છે. તેનો સરવાળો કરતાં ૩ નો આંક આવે છે. માટે તેણે ધારેલો અંક ૩ જ છે.

૧ + ૨ ના સંયોજનથી ૩ નો આંક બને છે, એટલે તે ૧ અને ૨ સંખ્યાવાળા સ્તંભમાં લખેલો છે. તે સિવાય અન્ય કોઈ સ્તંભમાં લખેલો નથી. ધારેલો આંક પહેલા તથા બીજા સ્તંભમાં છે, તેનો અર્થ જ એ કે ૧ + ૨ ના સંયોજનથી જે આંક થાય, તે ધારવામાં આવ્યો છે.

સામાન્ય માણસોને પાંચ સંખ્યાના આ સંયોજનનો ખ્યાલ આવતો નથી, એટલે તેઓ આશ્ચર્ય પામે છે, પરંતુ આ બધું ગણિતની પ્રક્રિયા અનુસાર બને છે. અહીં એટલું યાદ રાખવું ઘટે કે આ જગતમાં જે જે ક્રિયાઓ કે ઘટનાઓ બને છે, તે ચોક્કસ નિયમના આધારે જ બને છે; નિયમ વિના કોઈપણ ઘટના બનતી નથી; પરંતુ આપણે

તે નિયમો જાણતા નથી, એટલે આશ્ચર્ય અનુભવીએ છીએ. જ્યાં એ નિયમોનું ભાન થયું કે આશ્ચર્ય ઊડી જાય છે અને ચમત્કાર જેવી કોઈ વસ્તુ આ જગતમાં વિદ્યમાન નથી, એમ કહેવાની હિંમત આવી જાય છે.

અહીં અમારે જે પ્રયોગ અંગે વિવેચન કરવાનું છે, તે હજી થોડી ભૂમિકા માગે છે, એટલે તેની તૈયારી કરીએ.

આ તૈયારીમાં બીજું કંઈ કરવાનું નથી, પણ અહીં જે યંત્ર આપવામાં આવ્યો છે, તેના પાંચેય સ્તંભોને જુદા પાડી દેવાના છે અને તે દરેક સ્તંભનો એક જુદો યંત્ર બનાવવાનો છે. એમાં તાત્ત્વિક તફાવત કંઈ નથી, પણ પ્રયોગ કરવા માટે તેની આવશ્યકતા રહે છે. તે યંત્રો આ પ્રમાણે બનશે :—

યંત્ર પહેલો

૧	૩	૫	૭
૯	૧૧	૧૩	૧૫
૧૭	૧૯	૨૧	૨૩
૨૫	૨૭	૨૯	૩૧

યંત્ર બીજો

૨	૩	૬	૭
૧૦	૧૧	૧૪	૧૫
૧૮	૧૯	૨૨	૨૩
૨૬	૨૭	૩૦	૩૧

યંત્ર ત્રીજો

૪	૫	૬	૭
૧૨	૧૩	૧૪	૧૫
૨૦	૨૧	૨૨	૨૩
૨૮	૨૯	૩૦	૩૧

યંત્ર ચોથો

૮	૯	૧૦	૧૧
૧૨	૧૩	૧૪	૧૫
૨૪	૨૫	૨૬	૨૭
૨૮	૨૯	૩૦	૩૧

યંત્ર પાંચમો

૧૬	૧૭	૧૮	૧૯
૨૦	૨૧	૨૨	૨૩
૨૪	૨૫	૨૬	૨૭
૨૮	૨૯	૩૦	૩૧

હવે કોઈ જિજ્ઞાસુને એમ કહેવામાં આવે કે તમો આ યંત્રોમાંનો કોઈ પણ આંક ધારો અને એ આંક જે જે યંત્રોમાં હોય તે તે યંત્રો તમારી પાસે રાખી લ્યો અને બાકીના યંત્રો પાછાં આપો, તો તેના આધારે જિજ્ઞાસુએ કયો આંક ધાર્યો છે, તે કહી શકાશે.

આમાં રહસ્ય એટલું જ છે કે પાંચેય યંત્રોનો સરવાળો ૩૧ થાય છે. તેમાંથી પાછા વાળેલાં યંત્રોની સંખ્યા બાદ કરીએ તો જિજ્ઞાસુએ ધારેલી સંખ્યા આવી જાય છે. દાખલા તરીકે જિજ્ઞાસુએ ૧૩ ની સંખ્યા ધારી હોય તો તે ૧, ૩ અને ૪ ક્રમાંકવાળાં યંત્રો પોતાની પાસે રાખશે અને ૨ તથા ૫ ક્રમાંકવાળા યંત્રો પાછા આપશે. અહીં ગણના એમ કરવાની કે—

૨	૫	યંત્રસંખ્યા
૨	૧૬	મથાળે લખેલો પહેલો આંક.

૨ + ૧૬ = ૧૮. ૩૧ માંથી ૧૮ ગયા, બાકી રહ્યા ૧૩. આ ૧૩ નો આંક તેણે ધારેલો છે. હવે તેની પાસેના

યંત્રોનો સરવાળો કરી જુઓ, એટલે વસ્તુ બરાબર ખ્યાલમાં આવી જશે.

૧	૩	૪	યંત્રસંખ્યા.
૧	૪	૮	મથાળે લખેલો પહેલો આંક.

૧ + ૪ + ૮ = ૧૩.

આ રીતે જે યંત્રો પાછા ફરે તેના પરથી આપણે જિજ્ઞાસુનો ધારેલો આંક કહી શકીએ છીએ. તે માટે માત્ર થોડા અભ્યાસની જરૂર છે.

અહીં એ પણ સ્પષ્ટ કરી દઈએ કે આ પ્રયોગને વધારે રહસ્યમય બનાવવા માટે પાંચ કાર્ડબોર્ડના ટુકડા લઈ તેની એક બાજુ કાગળ ચોડી તેના પર આ યંત્રો લખવામાં આવે છે અને તેની બીજી બાજુએ કાળી છીંટ લગાડી દેવામાં આવે છે, જેથી એ ટુકડાઓ લાંબા વખત સુધી સચવાઈ રહે અને દેખાવમાં પણ સારા લાગે. પરંતુ તેમાં એક યુક્તિ એ કરવામાં આવે છે કે છીંટવાળા ભાગના ચારે છેડાએ જુદી જુદી જાતની છીંટના નાનકડા ત્રિકોણીયા ચોડી દેવામાં આવે છે, જેથી પાછાં વળેલાં યંત્રોને હાથમાં લીધા વિના દૂરથી જોઈને જ જિજ્ઞાસુનો ધારેલો અંક કહી શકાય. તે માટે અમારી પદ્ધતિ નીચે મુજબ છે:

પ્રથમ તો 'યગબીર' એ શબ્દ યાદ રાખવો. આ 'યગબીર' શબ્દ અંગ્રેજી ભાષાના YGB'R એ પાંચ અક્ષરોનો બનેલો છે, તેમાં Y થી yellow એટલે પીળો રંગ સમજવો, G થી green એટલે લીલો રંગ સમજવો.

B થી blue એટલે આસમાની કે આછો વાદળી રંગ સમજવો, I થી indigo એટલે નીલ કે ઘેરો વાદળી રંગ સમજવો અને R થી red એટલે લાલ કે રાતો રંગ સમજવો.

આ રંગો અનુક્રમે ગોઠવેલા છે, એટલે કે પહેલા યંત્રની પાછળ પીળો ટુકડો ચોડવાનો હોય છે કે જેની સંખ્યાનું મૂલ્ય ૧ છે. બીજા યંત્રની પાછળ લીલો ટુકડો ચોટાડવાનો હોય છે કે જેની સંખ્યાનું મૂલ્ય ૨ છે. ત્રીજા યંત્રની પાછળ આછા વાદળી રંગનો ટુકડો ચોડવાનો હોય છે કે જેની સંખ્યાનું મૂલ્ય ૪ છે. ચોથા યંત્રની પાછળ ઘેરા વાદળી રંગનો ટુકડો ચોડવાનો હોય છે કે જેની સંખ્યાનું મૂલ્ય ૮ છે અને પાંચમા યંત્રની પાછળ રાતા રંગનો ટુકડો ચોડવાનો હોય છે કે જેથી સંખ્યાનું મૂલ્ય ૧૬ છે.

સંજ્ઞા	રંગ	યંત્રનો ક્રમાંક	સંખ્યાનું મૂલ્ય
Y	yellow–પીળો	૧	૧
G	green–લીલો	૨	૨
B	blue–વાદળી	૩	૪
I	indigo–નીલ	૪	૮
R	red–રાતો	૫	૧૬

હવે એમ માનો કે જિજ્ઞાસુએ પોતાના ધારેલા આંક પ્રમાણે યંત્રો લઈ લીધા અને બાકીનાં બે યંત્રો પાછા વાળ્યા કે જેને થોડે દૂર ટેબલ પર અવળા મૂકવામાં આવ્યા છે, તો છીંટવાળો ભાગ ઉપર રહેવાનો અને તેના છેડા

બરાબર નજરે પડવાના. આ પરથી એવો નિર્ણય થવાનો કે પીળા તથા રાતા રંગના યંત્રો પાછા ફરેલા છે કે જેમનું મૂલ્ય અનુક્રમે ૧ + ૧૬ = ૧૭ છે. એટલે ૩૧ – ૧૭ = ૧૪ એ જિજ્ઞાસુએ ધારેલો આંક છે.

જિજ્ઞાસુ પાસે લીલા, વાદળી અને નીલ રંગના ત્રિકોણિયાવાળા યંત્રો છે, તેનું મૂલ્ય અનુક્રમે ૨ + ૪ + ૮ = ૧૪ છે.

અથવા એમ માનો કે પાછાં ફરેલાં યંત્રોનો રંગ લીલો, વાદળી અને રાતો છે, તો તેમનું મૂલ્ય અનુક્રમે ૨ + ૪ + ૧૬ = ૨૨ થયું. એટલે ૩૧ – ૨૨ = ૯ નો આંક જિજ્ઞાસુએ ધારેલો છે. જિજ્ઞાસુ પાસે પીળો અને નીલ એવા બે યંત્રો છે, તે અનુક્રમે ૧ + ૮ = ૯ નું મૂલ્ય દર્શાવે છે.

કેટલાક કાર્ડની પાછળ કાળી છીંટ અને રંગીન ખૂણિયા ન ચોડતાં ચીકણો પીળા રંગનો આર્ટ પેપર કે એવો જ બીજો કોઈ કાગળ ચોડે છે અને તેના પર રંગીન પેનસીલનું ચિત્રામણ કરે છે. તેમાં તેમના સંકેત પ્રમાણે ૧, ૨, ૩, ૪ અને ૫ ની સંજ્ઞાઓ ગોઠવાયેલી હોય છે.

મુખ્ય મુદ્દો એ છે કે કયા ક્રમનાં યંત્રો પાછા ફર્યાં તે ગણિતજ્ઞે બરાબર જાણી લેવું જોઇએ. પછીનો તેનો માર્ગ ઘણો સરલ છે.

પરંતુ આટલો વિધિ તો ધારેલા આંક અંગે થયો. જો ધારેલો પ્રશ્ન કહેવો હોય તો તે માટે ૩૧ પ્રશ્નોની એક યાદી તૈયાર કરવામાં આવે છે અને તેની આગળ ક્રમાંક

લખવાને બદલે મુકરર કરેલી પશુ, પક્ષી કે દેવ–દેવી આદિની સંજ્ઞા લખવામાં આવે છે. પછી જિજ્ઞાસુને કહેવામાં આવે છે કે તમે આમાંથી કોઈ પણ પ્રશ્ન ધારો. તે એક પ્રશ્ન ધારે છે. પછી તેને કહેવામાં આવે છે કે 'એ પ્રશ્નની આગળ પશુ–પક્ષીઓની સંજ્ઞા છે, તે બરાબર જોઈ લ્યો.' તે જોઈ લે છે. પછી તેને કહેવામાં આવે છે કે 'આ સંજ્ઞાવાળાં જે જે યંત્રો હોય, તેને તમે પાસે રાખી લ્યો ને બાકીનાં યંત્રો પાછાં વાળો.' એ યંત્રો ટેબલ પર પાછાં મૂકાય છે કે ગણિતજ્ઞ તરત જ જાહેર કરે છે કે જિજ્ઞાસુએ અમુક પ્રશ્ન ધાર્યો છે.

અહીં એટલું સ્પષ્ટ કરી દઈએ કે પાંચ યંત્રોમાં અંકના સ્થાને મુકરર કરેલી સંજ્ઞાઓ ગોઠવાઈ ગયેલી હોય છે, એટલે આ બધું શું છે? તેની જિજ્ઞાસુને કંઈ જ ખબર પડતી નથી.

ગણિતના પ્રયોગો વખતે જુદા જુદા પ્રાંતના લોકો એકઠા હોય છે, એટલે સંજ્ઞાઓ તથા પ્રશ્નાવલી હિંદીમાં તૈયાર કરવાનું ઠીક રહે છે. તે અમોએ નીચે પ્રમાણે કરેલ છે :

અંક	સંજ્ઞા	અંક	સંજ્ઞા
૧	अश्व	૫	बिल्ली
૨	हाथी	૬	चूहा
૩	ऊंट	૭	सर्प
૪	श्वान	૮	नकुल

અંક	સંજ્ઞા	અંક	સંજ્ઞા
૯	सियार	૨૧	तोता
૧૦	व्याघ्र	૨૨	मैना
૧૧	सिंह	૨૩	कौआ
૧૨	गाय	૨૪	कबूतर
૧૩	भैंस	૨૫	चक्रवाक
૧૪	बकरी	૨૬	सारस
૧૫	भेड़	૨૭	हंस
૧૬	अजगर	૨૮	बगुला
૧૭	कांगारू	૨૯	नीलकंठ
૧૮	गरुड	૩૦	चिडिया
૧૯	गिदड़	૩૧	कोकिल
૨૦	मयूर		

આ સંજ્ઞા અનુસાર અંકોનું પરિવર્તન કરીએ તો યંત્રો નીચે મુજબ બને :

યંત્ર પહેલો

अश्व	ऊंट	बिल्ली	सर्प
सियार	सिंह	भैंस	भेड़
कांगारू	गिदड	तोता	कौआ
चक्रवाक	हंस	नीलकंठ	कोकिल

યંત્ર બીજો

हाथी	ऊंट	चूहा	सर्प
व्याघ्र	सिंह	वकरी	भेड़
गरुड	गिदड	मैना	कौआ
सारस	हंस	चिड़िया	कोकिल

યંત્ર ત્રીજો

श्वान	बिल्ली	चूहा	सर्प
गाय	भैंस	वकरी	भेड़
मयूर	तोता	मैना	कौआ
तोता	नीलकंठ	चिडिया	कोकिल

યંત્ર ચોથો

नकुल	सियार	व्याघ्र	सिंह
गाय	भैंस	वकरी	भेड़
कबूतर	चक्रवाक	सारस	हंस
बगुला	नीलकंठ	चिडिया	कोकिल

યંત્ર પાંચમો

अजगर	कांगारू	गरुड	गिदड
मयूर	तोता	मैना	कौआ
कबूतर	चक्रवाक	सारस	हंस
बगुला	नीलकंठ	चिडिया	कोकिल

ધારો કે જિજ્ઞાસુએ ૭ ક્રમાંકવાળો પ્રશ્ન ધાર્યો છે, તો તેની આગળ સર્પની સંજ્ઞા હોવાની અને સર્પની સંજ્ઞાવાળાં યંત્રો ૧ (પીળો), ૨ (લીલા) અને ૩ (વાદળી પટ્ટીવાળા) ક્રમાંકવાળા છે કે જેનું મૂલ્ય અનુક્રમે ૧ + ૨ + ૪ = ૭ છે. એટલે જિજ્ઞાસુએ ૭ ક્રમાંકવાળો પ્રશ્ન ધાર્યો છે, એમ સહેલાઈથી સમજી શકાય છે.

આ ૩૧ પ્રશ્નો કંઠસ્થ કરવા જોઈએ. અલબત્ત, તે કંઠસ્થ કરવામાં અવધાનકારોને ભૂમિકાચિત્રોની સહાય મળે છે, પણ અન્ય ગણિતજ્ઞોને તેવી સહાય મળતી નથી, એટલે તેમણે એકાગ્રતાપૂર્વક પ્રશ્નની ધારણા કરી તેનું થોડું પરાવર્તન કરી લેવું જોઈએ..

અમોએ તે અંગે નિમ્ન પ્રશ્નાવલી નક્કી કરેલી છે :

संज्ञा **प्रश्नावलि**

अश्व :—मेरा स्वास्थ्य कब सुधरेगा ?
हाथी :—कौनसा वाद्य सुन्दर है ?
ऊंट :—गेहूं की उत्पत्ति किस प्रान्त में अधिक होती है ?
श्वान :—मुझे कौनसा फूल प्रिय है ?
बिल्ली :—उपहार के लिये आप किस वस्तु को पसन्द करते हैं ?
चूहा :—भारत की सर्वश्रेष्ठ अभिनेत्री कौन ?
सर्प :—सीताजी के जीवन का सार क्या है ?
नकुल :— शिक्षण में शारीरिक शिक्षा का स्थान हो सकता है ?
सियार :—यह वर्ष व्यापार के लिये कैसा रहेगा ?

व्याघ्र :—परिचारीका कब आयेगी ?
सिंह :—गृहस्थ का धर्म क्या है ?
गाय :—नारी की शोभा किस में हैं ?
भैंस :—दुनिया में सबसे बडी नदी कौन सी है ?
बकरी :—चतुरंगी मेच कब खेला जायगा ?
भेड़ :—भारत का भावी कैसा है ?
अजगर :—मत्स्ययुगल किसका प्रतीक है ?
कांगारू :—मानसिक शक्ति का विकास किस तरह हो सकता है ?
गरुड़ :—द्विजेन्द्रलाल राय के नाटक तुमने देखें हैं ?
गिद्ड :—सट्टे और जूए में अन्तर क्या है ?
मयूर :—सबसे मजबूत बन्धन किस का ?
तोता :—मरु भूमि में कृषि हो सकती है ?
मैना :—सच्चा गुरु किस को मानना ?
कौआ :—सब से बलवान् शस्त्र कौन सा है ?
कबूतर :—श्वेत हाथी कहाँ होता है ?
चक्रवाक :—मुझे ईश्वर का साक्षात्कार कब होगा ?
सारस :—भारत का श्रेष्ठ फल कौन सा है ?
हंस :—मध्यरात्रि में क्या होगा ?
बगुला :—भाग्य का खेल कौन जान सकता है ?
नीलकण्ठ :—रुई के भाव में भारी घट-बढ़ कब होगी ?
चिड़िया :—मेरी तनखाह कब बढ़ेगी ?
कोकिल :—श्रेष्ठ दान कौनसा ?

હવે સુજ્ઞ પાઠકો બે-ત્રણ પ્રયોગો કરી જુએ, જેથી બધું બરાબર સમજાઈ જશે.

માનો કે 'भारतका भावी कैसा है ?' એ પ્રશ્ન

ધારવામાં આવ્યો છે, તો તેની આગળ मेढ़की સંજ્ઞા મૂકાયેલી છે. હવે मेढ़की સંજ્ઞાવાળા કાર્ડો ૧, ૨, ૩, ૪ છે કે જેનું મૂલ્ય અનુક્રમે ૧ + ૨ + ૪ + ૮ = ૧૫ છે. એટલે જિજ્ઞાસુએ પંદરમો પ્રશ્ન ધારેલો છે. અહીં ગણિતજ્ઞે પંદરમો પ્રશ્ન યાદ કરીને કહેવાનો રહે છે. તે પ્રશ્ન 'भारत का भावी कैसा है' એ જ છે, અન્ય નહિ.

માનો કે 'श्वेत हाथी कहां होता है ?' એવો પ્રશ્ન ધારવામાં આવ્યો છે, તો તેની આગળ कबूतर સંજ્ઞા છે. હવે कबूतर સંજ્ઞાવાળાં કાર્ડો ૪ અને ૫ છે કે જેનું મૂલ્ય ૮ + ૧૬ = ૨૪ છે. એટલે જિજ્ઞાસુએ ૨૪ મો પ્રશ્ન ધાર્યો છે. તેને ગણિતજ્ઞે યાદ કરીને કહેવાનો રહે છે. તે પ્રશ્ન 'श्वेत हाथी कहां होता है ?' એ જ છે, અન્ય નહિ.

આ પ્રયોગ ૧, ૨, ૪, ૮, ૧૬ એ પાંચ સંખ્યાના આધારે થાય છે, પણ આ સંખ્યામાં આગળ ૩૨ ઉમેરીએ તો કાર્ડની સંખ્યા ૬ થાય અને પ્રશ્નો ૬૩ સુધી ગોઠવી શકાય અને તેની આગળ ૬૪ ઉમેરીએ તો કાર્ડની સંખ્યા ૭ થાય અને પ્રશ્નો ૧૨૭ સુધી ગોઠવી શકાય કે જેના પ્રયોગો અમે એકથી વધારે વાર સફલતાપૂર્વક કરેલા છે.

સુજ્ઞ પાઠકો આ પ્રયોગ કરીને પોતાના મિત્રોનું તેમજ મિજલસનું ઉત્તમ પ્રકારનું મનોરંજન કરી શકે છે અને ગણિતવિદ્યા કેવી ચમત્કારિક છે, તેની ખાતરી કરાવી શકે છે.

[૧૫]

પ્રકીર્ણ પાંચ પ્રયોગો

૧–ધારેલી રકમ કહેવાની રીત

ગણિતજ્ઞ—તમે ભારતના ઈતિહાસના કોઈ પણ મહત્ત્વના વર્ષની સાલ લખો અથવા ચાર અંકની રકમ લખો.

જિજ્ઞાસુ—લખી.

ગણિતજ્ઞ—હવે તે રકમમાંથી ડાબી બાજુના બે અંક એક બાજુએ લખો.

જિજ્ઞાસુ—લખ્યા.

ગણિતજ્ઞ—તમે જે બે અંકો લખ્યા, તેનાથી તરત જ ચડિયાતી સંખ્યા લખો. દાખલા તરીકે ૧૨ હોય તો ૧૩ લખવા, ૨૭ હોય તો ૨૮ લખવા વગેરે.

જિજ્ઞાસુ—ચડિયાતી સંખ્યા લખી.

ગણિતજ્ઞ—તે બંનેનો સરવાળો કરો.

જિજ્ઞાસુ—કર્યો.

ગણિતજ્ઞ—તેને ૫ થી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ—ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ—તેની જમણી બાજુ શૂન્ય ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ—ઉમેર્યું.

ગણિતજ્ઞ—હવે ૧૦ થી ૯૯ સુધીની કોઈ પણ સંખ્યા બોલો.

જિજ્ઞાસુ—૩૮.

ગણિતજ્ઞ—આ સંખ્યા તમારા આવેલા પરિણામમાં ઉમેરી દો.

જિજ્ઞાસુ—ઉમેરી દીધી.

ગણિતજ્ઞ—હવે તમારી મૂળ સંખ્યાની જમણી બાજુના બે અંકો તેમાં ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ—ઉમેર્યા.

ગણિતજ્ઞ—હવે તેનું જે પરિણામ આવ્યું હોય, તે મને જણાવો.

જિજ્ઞાસુ—૨૯૨૫.

ગણિતજ્ઞ—તમારી મૂળ ધારેલી સંખ્યા ૨૮૩૭ છે.

જિજ્ઞાસુ—બરાબર છે.

આમાં ચાવી એટલી જ છે કે જે છેલ્લું પરિણામ આવે તેમાંથી ૫૦ + તેણે ૧૦ થી ૯૯ ની અંદર કહેલી રકમનો સરવાળો કરી તે રકમ બાદ કરવી, એટલે ધારેલી રકમ આવી જાય.

અહીં જિજ્ઞાસુએ કેવી રીતે દાખલો ગણ્યો હતો, તે જુઓ.

ધારેલી રકમ ૨૮૩૭

ડાબી બાજુના બે અંકો	૨૮
તેનાથી તરત ચડિયાતી રકમ	૨૯
બંનેનો સરવાળો	૫૭
તેને ગુણ્યા	×૫
	૨૮૫
પરિણામની જમણી બાજુ ૦ ઉમેરતાં	૨૮૫૦
૧૦ થી ૯૯ સુધીની રકમ	૩૮
	૨૮૮૮
જમણા હાથના બે આંકડા	૩૭
	૨૯૨૫
આમાંથી ૫૦ + ૩૮ = ૮૮ બાદ કરતાં	૮૮
ઉત્તર	૨૮૩૭

૨–બે ધારેલી રકમો કહેવાની રીત

ગણિતજ્ઞ—તમારા ડાબા હાથમાં ત્રણ અંકની સંખ્યા ધારો અને જમણા હાથમાં પણ ત્રણ અંકની સંખ્યા ધારો.

જિજ્ઞાસુ–આમાં એકી કે બેકી ગમે તે ધારી શકાય?

ગણિતજ્ઞ-હા. તમારી ઇચ્છામાં આવે તે ધારી શકો છો.

જિજ્ઞાસુ-ધારી.

ગણિતજ્ઞ-તમારા ડાબા હાથમાં રહેલી સંખ્યાને ૨૦૦ થી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ-ગુણી.

ગણિતજ્ઞ-તેમાં ૫ ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ-ઉમેર્યાં.

ગણિતજ્ઞ-આવેલી સંખ્યાને ૫ થી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ-ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ-આવેલી સંખ્યામાં જમણા હાથની સંખ્યા ઉમેરો.

જિજ્ઞાસુ-ઉમેરી.

ગણિતજ્ઞ-તેને ચારથી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ-ગુણી.

ગણિતજ્ઞ-આવેલું પરિણામ જણાવો.

જિજ્ઞાસુ-૧૧૦૫૪૯૬.

ગણિતજ્ઞ-તમે ડાબા હાથમાં ૨૭૬ અને જમણા હાથમાં ૩૪૯ ની સંખ્યા ધારી છે.

આ ઉત્તર ખરેખર આશ્ચર્યજનક છે, કારણ કે સંખ્યાઓ પણ મોટી ધારવામાં આવી છે અને તેનું પરિણામ સાત અંકનું આવ્યું છે.

આ પરિણામ પરથી ગણિતજ્ઞ કેવી રીતે ઉત્તર તૈયાર કરે છે, તે પ્રથમ જોઈ લઈએ.

આવેલું પરિણામ	૧૧૦૫૪૯૬
તેને ૪ થી ભાગતાં	૨૭૬૩૭૪
તેમાંથી બાદ	−૨૫
	૨૭૬ ૩૪૯

આમાં ડાબી તરફથી રકમ ડાબા હાથમાં અને જમણા હાથની રકમ જમણા હાથમાં છે.

જિજ્ઞાસુએ ગણિત નીચે મુજબ તૈયાર કર્યું હતું :—

૨૭૬	ડાબા હાથમાં રહેલી સંખ્યા
×૨૦૦	
૫૫૨૦૦	
+૫	
૫૫૨૦૫	
×૫	
૨૭૬૦૨૫	
+૩૪૯	જમણા હાથમાં રહેલી સંખ્યા.
૨૭૬૩૭૪	
× ૪	
૧૧૦૫૪૯૬	આ સંખ્યા તેણે પરિણામ તરીકે જાહેર કરી હતી.

આ પ્રયોગમાં જિજ્ઞાસુ પોતાના એક હાથમાં એકી ને એક હાથમાં બેકી ધારે, અથવા બંને હાથમાં એકી ધારે અથવા બંને હાથમાં બેકી ધારે તો પણ ઉપરની પ્રક્રિયાથી તેનો યથાર્થ ઉત્તર આપી શકશે.

આવેલા પરિણામને ૪થી ભાગવાનું કારણ એ છે કે છેલ્લો ગુણાકાર ૪થી કરાયેલો છે, અને તેથી જે રકમ આવે તેમાં પ્રક્રિયાના નિયમ અનુસાર ૨૫ની સંખ્યા જ બાદ કરવાની હોય છે. આ રીતે ૨૫ બાદ કરતાં છ અંકની જ સંખ્યા આવવાની. તેમાં ડાબી તરફના ત્રણ આંકડા ડાબા હાથમાં રહેલી સંખ્યાના સમજવા અને જમણી તરફના ત્રણ આંકડા જમણા હાથમાં રહેલી સંખ્યાના સમજવા.

હજી એક વધારે દાખલો ગણીએ, એટલે વસ્તુ ખૂબ જ સ્પષ્ટ થઈ જશે.

ધારો કે જિજ્ઞાસુએ ડાબા હાથમાં ૭૧૨ અને જમણા હાથમાં ૧૨૭ની સંખ્યા ધારી છે. તો તેનું ગણિત નીચે મુજબ થશે :–

૭૧૨ ડાબા હાથની સંખ્યા

×૨૦૦

૧૪૨૪૦૦

\+ ૫

૧૪૨૪૦૫

× ૫

	૭૧૨૦૨૫	
	+૧૨૭	જમણા હાથની સંખ્યા
	૭૧૨૧૫૨	
	× ૪	
	૨૮૪૮૬૦૮	છેવટનું પરિણામ
આવેલું પરિણામ	૨૮૪૮૬૦૮	
તેને ૪થી ભાગતાં	૭૧૨૧૫૨	
તેમાંથી બાદ	– ૨૫	
	૭૧૨ ૧૨૭	

એટલે ૭૧૨ ડાબા હાથની અને ૧૨૭ જમણા હાથની સંખ્યા હોવી જોઈએ.

આ પ્રયોગને ઇષ્ટસંખ્યાકથનનો પ્રયોગ પણ કહેવામાં આવે છે.

૩–વિભુની વ્યાપકતા

ગણિતજ્ઞ–સજ્જનો અને સન્નારીઓ ! અખિલ વિશ્વમાં વિભુ વ્યાપી રહેલો છે, પછી તેને ગમે તે નામે ઓળખવામાં આવે. આ વસ્તુ શ્રુતિ, યુક્તિ અને અનુભૂતિથી સિદ્ધ થઈ શકે છે, તેમ ગણિતથી પણ સિદ્ધ થઈ શકે છે. તેનો એક ચમત્કારિક પ્રયોગ તમને બતાવવા ઇચ્છું છું. તે માટે એક મહાશય આગળ આવે.

અહીં એક મહાશય આગળ આવે છે અને તે પોતાના હાથમાં કાગળ તથા પેનસીલ લઈ થોડે દૂર ઉભા રહે છે, અથવા થોડે દૂર ગોઠવેલા ટેબલ ઉપર પોતાની બેઠક લે છે.

ગણિતજ્ઞ—મહાનુભાવ ! આપ આ અખિલ વિશ્વમાંથી કોઈ વસ્તુ, પદાર્થ કે પ્રાણીનું નામ લખો. પ્રાણીમાં પશુ, પક્ષી, જળચર તથા મનુષ્યોને પણ સમજી લેવા.

જિજ્ઞાસુ—નામ લખ્યું.

ગણિતજ્ઞ—આ નામમાં જેટલા અક્ષરો હોય તેની સંખ્યા લખો.

જિજ્ઞાસુ—જોડાક્ષર હોય તો ?

ગણિતજ્ઞ—તો તેનો દોઢ અક્ષર નહિ; પણ એક જ અક્ષર ગણવો.

જિજ્ઞાસુ—સંખ્યા લખી.

ગણિતજ્ઞ—તમારી સંખ્યાને વેદની સંખ્યાથી ગુણો. વેદો ચાર છે, એ તો જાણો છો ને ?

જિજ્ઞાસુ—હા જી. ચારથી ગુણ્યા.

ગણિતજ્ઞ—તેમાં મહાભૂતની સંખ્યા ઉમેરો. મહાભૂતની સંખ્યા પાંચ છે, એ તમારા ખ્યાલ બહાર નહિ જ હોય.

જિજ્ઞાસુ—ઉમેરી.

ગણિતજ્ઞ—જે સંખ્યા આવી, તેને નર-નારાયણરૂપ બેથી ગુણો.

જિજ્ઞાસુ—ગુણી.

ગણિતજ્ઞ—આવેલી સંખ્યાને વસુદેવની સંખ્યાથી ભાગો. વસુદેવની સંખ્યા આઠ છે.

જિજ્ઞાસુ—ભાગ્યા.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ શેષ વધે છે?

જિજ્ઞાસુ—હાજી.

ગણિતજ્ઞ—કેટલી ?

જિજ્ઞાસુ—૨.

ગણિતજ્ઞ—આ બેની સંખ્યા બે અક્ષરનું સૂચન કરે છે. એ બે અક્ષરો છે: 'વિભુ.' મેં આપને પહેલેથી જ કહ્યું હતું કે વિભુ સર્વવ્યાપક છે. તમે ગમે તે વસ્તુ, પદાર્થ કે પ્રાણીનો વિચાર કરો, તે વિભુની સત્તા બહાર નથી.

હવે જિજ્ઞાસુએ શું નામ ધાર્યું હશે; તે ગણિતજ્ઞ જાણતા નથી અને તે જાણવાની જરૂર પણ નથી, કારણ કે તેણે ગમે તેટલા અક્ષરનું નામ ધાર્યું હોત તો પણ પરિણામ આ જ આવત. દાખલા તરીકે તેણે પૃથ્વીપતિ એવું ચાર અક્ષરનું નામ ધાર્યું હોત, તો ગણિત નીચે પ્રમાણે થાત:—

```
      ૪
     ×૪  વેદની સંખ્યા
   ----
     ૧૬
     +૫  મહાભૂતની સંખ્યા
   ----
     ૨૧
     × ૨  નરનારાયણની સંખ્યા
   ------
   ૮) ૪૨ (૫ વસુદેવની સંખ્યા
      ૪૦
   ------
       ૨ શેષ વધ્યા
```

ધારો કે તેણે 'તિરુવણ્ણામલાઈ' એવું સાત અક્ષરનું

નામ ધાર્યું હોત, (શ્રી રમણ મહર્ષિ જે ગામમાં રહેતા હતા, તેનું આ નામ છે.) તો તેનું ગણિત નીચે પ્રમાણે થાત :—

```
    ૭
  × ૪ વેદની સંખ્યા
  ----
   ૨૮
  + ૫ મહાભૂતની સંખ્યા
  ----
   ૩૩
  × ૨ નરનારાયણની સંખ્યા
  ----
૮) ૬૬ (૮ વસુદેવની સંખ્યા
   ૬૪
  ----
    ૨ શેષ વધ્યા.
```

આ રીતે કોઈ પણ નામની સંખ્યા લખીએ તો પણ આ પ્રક્રિયાથી ૨ જ શેષ વધે, કારણ કે તેમાં મૂળ સંખ્યા આઠ ગણી + ૨ થાય છે અને તેને આઠથી ભાગવામાં આવે છે.

ગણિતજ્ઞ—મહાશયો! એ તો તમે જાણો છો કે કેટલીક સંખ્યાઓને અમુક સંખ્યાથી ભાગી શકાય છે અને કેટલીક સંખ્યાઓને ભાગી શકાતી નથી. જેમકે ૭, ૧૧, ૧૩, ૧૯ વગેરે. પરંતુ તમારી લખેલી કોઈ પણ રકમને હું આજે નિઃશેષ ભાગી બતાવીશ, નિઃશેષ એટલે જેનો ભાગાકાર કરતાં નીચે માત્ર શૂન્ય વધે પણ ૧ થી ૯ સુધીનો કોઈ પણ અંક તે તેનાથી બનતી સંખ્યા ન વધે તે;

જિજ્ઞાસુ—પરંતુ જે રકમ ભાગી જ ન શકાતી હોય તેને શી રીતે ભાગી શકાય ?

ગણિતજ્ઞ—એનું જ નામ ચમત્કાર. તમે હમણાં જ જોશો કે તમારી લખેલી કોઈ પણ રકમને હું નિઃશેષ ભાગી બતાવીશ; એટલું જ નહિ, પણ તેના ભાગને અને તેના ભાગને પણ નિઃશેષ ભાગી બતાવીશ. ચાલો હવે તમે ત્રણ અંકની કોઈપણ રકમ કાગળ પર લખો.

જિજ્ઞાસુ—લખી.

ગણિતજ્ઞ—તેની પાસે તે જ રકમ ફરી લખો.

જિજ્ઞાસુ—લખી.

ગણિતજ્ઞ—હવે તમારો આ કાગળ અ મહાશયને આપો.

અહીં બીજા કોઈ પણ મહાનુભાવને ઊભા કરવામાં આવે તેમને અ સમજવા.

અ મહાશય પેલો કાગળ ગ્રહણ કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—મહાશય ! તમારી પાસેના કાગળમાં જે રકમ લખી છે, તેને ૭ થી ભાગો.

અ મહાશય—ભાગી.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ શેષ વધે છે ?

અ મહાશય—ના જી.

આ સાંભળી જિજ્ઞાસુ તથા બીજાઓ આશ્ચર્ય પામે છે. પછી ગણિતજ્ઞ બ મહાશયને ઊભા કરે છે અને તેમને પેલો કાગળ ગ્રહણ કરવા કહે છે. તે પ્રમાણે બ મહાશય કાગળ ગ્રહણ કરે છે.

ગણિતજ્ઞ—જુઓ મહાશય, તમારા હાથમાં એક ભાગાકાર મૂકાયેલો છે. તેના ભાગમાં જે સંખ્યા આવી હોય તેને એ ભાગાકારની નીચે લખો અને તેને ૧૧ થી ભાગો.

ख મહાશય—ભાગી.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ શેષ વધી ?

ख મહાશય—ના જી, માત્ર શૂન્ય વધી છે.

આ સાંભળી બધા પ્રેક્ષકો વધારે આશ્ચર્ય પામે છે. હજી ગણિતજ્ઞ આગળ વધીને કહે છે કે તમારો ભાગાકાર क મહાશયને આપો. તે પ્રમાણે એ ભાગાકાર क મહાશયને અપાય છે.

ગણિતજ્ઞ—જુઓ મહાશય, તમારા હાથમાં જે ભાગાકાર મૂકાયો છે, તેમાં છેલ્લા ભાગાકારનો જે ભાગ આવ્યો છે, તેને છેલ્લા ભાગાકારની નીચે લખો અને તેને ૧૩ થી ભાગો.

क મહાશય—ભાગ્યા.

ગણિતજ્ઞ—કંઈ શેષ વધે છે ?

क મહાશય—ના જી. માત્ર શૂન્ય વધે છે.

અહીં તો આશ્ચર્યની પરાકાષ્ઠા જ થાય છે અને પ્રેક્ષકો તાલીઓનો ગડગડાટ કરે છે.

આ પ્રયોગ કેવી રીતે થયો, તે પ્રથમ જોઈ લઈએ. માનો કે જિજ્ઞાસુએ ૧૧૭ ની સંખ્યાને અવિભાજ્ય માની તેની પસંદગી કરી છે, તો એ પ્રથમ ૧૧૭ લખી ફરી તેની પાસે ૧૧૭ લખશે, એટલે એ રકમ ૧૧૭૧૧૭ની બનશે.

(૧) ૭) ૧૧૭૧૧૭ (૧૬૭૩૧ ભાગ

૭

અ મહાશય ૪૭

૪૨

૫૧

૪૯

૨૧

૨૧

૦૦૭

૭

૦ શેષ

(૨) ૧૧) ૧૬૭૩૧ (૧૫૨૧ ભાગ

૧૧

બ મહાશય ૫૭

૫૫

૨૩

૨૨

૧૧

૧૧

૦૦ શેષ

(૩) ૧૩) ૧૫૨૧ (૧૧૭ ભાગ

```
      ૧૩
     ----
क મહાશય  ૨૨
      ૧૩
     ----
      ૯૧
      ૯૧
     ----
      ૦૦ શેષ.
```

આમ બનવાનું કારણ શું? કારણ જાણ્યા પછી તો તમને એમ જ લાગશે કે આ તો સાવ સહેલું છે. તો એ કારણ જાણી લ્યો. કોઈ પણ ત્રણ અંકની રકમની બાજુમાં એ જ ત્રણ અંકો લખીએ તેનો અર્થ એ થયો કે તેને ૧૦૦૦ થી ગુણીને તેમાં તે જ સંખ્યા ઉમેરી. એટલે કે તેને ૧૦૦૧ થી ગુણી. વાત સમજમાં આવી? ન આવી હોય તો નીચેના દાખલાઓ જુઓ.

```
      ૨૫૩          ૬૨૯          ૭૭૧
    ×૧૦૦૧        ×૧૦૦૧        ×૧૦૦૧
    -----        -----        -----
      ૨૫૩          ૬૨૯          ૭૭૧
     ૦૦૦×         ૦૦૦×         ૦૦૦×
    ૦૦૦××        ૦૦૦××        ૦૦૦××
   ૨૫૩×××       ૬૨૯×××       ૭૭૧×××
   ------       ------       ------
   ૨૫૩૨૫૩       ૬૨૯૬૨૯       ૭૭૧૭૭૧
```

હવે ૧૦૦૧ના ત્રણ અવયવો નીચે મુજબ પડી શકે છે :
૭ × ૧૧ × ૧૩ = ૧૦૦૧. તેથી આ દરેક સંખ્યાએ તેને નિઃશેષ ભાગી શકાય.

૫–થોડી જ ક્ષણોમાં સરવાળો કરી આપવો.

ગણિતજ્ઞ–સજ્જનો અને સન્નારીઓ ! મોટી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાનું કામ કેટલું અઘરૂં હોય છે, તે તમે જાણો છો. પણ હું તે કામ તમને થોડી જ ક્ષણોમાં કરી આપીશ. આપનામાંથી એક મહાનુભાવ અહીં આવે.

એક મહાનુભાવ આવે છે.

ગણિતજ્ઞ–આપ આ કાગળ પર ૭–૭ અંકની ત્રણ રકમો લખો. તે એકની નીચે બીજી લખવાની છે.

જિજ્ઞાસુ તે પ્રમાણે લખે છે.

ગણિતજ્ઞ–હવે તેની નીચે ચોથી પણ ૭ અંકની રકમ લખો, પણ તેમાંનો કોઈ અંક ૫ની ઉપરનો ન હોવો જોઈએ.

જિજ્ઞાસુ ચોથી રકમ એ પ્રમાણે લખે છે. ત્યાર પછી ગણિતજ્ઞ પોતે તેની નીચે પોતાના તરફથી ૭ ૭ અંકની ત્રણ રકમો લખે છે. તે બાદ જિજ્ઞાસુને કહે છે કે હજી ૭ અંકની એક રકમ લખવાની છે, તે તમેજ લખો, પણ તેમાંનો કોઈ અંક ૪ થી વધારે ન હોવો જોઈએ.

જિજ્ઞાસુ એ પ્રમાણે રકમ લખે છે કે ગણિતજ્ઞ થોડી સેકન્ડોમાં જ તેનો જવાબ નીચે લખી આપે છે.

દાખલા તરીકે –

૮૨૪૬૫૧	← જિજ્ઞાસુએ લખી
૭૧૫૨૪૩	← ”
૨૧૯૦૧૬	← ”
૩૨૫૧૪૧	” પાંચથી ઓછી ૭ અંકની રકમ
૧૭૫૩૪૯	ગણિતજ્ઞે લખી
૨૮૪૭૫૭	”
૭૮૦૯૮૪	”
૨૧૩૦૪૨	જિજ્ઞાસુએ લખી ચાર અંકની ઓછી
૩૫૩૮૧૮૩	સરવાળો એથી ત્રણ સેકંડમાં જ ગણિતજ્ઞે મૂકી આપ્યો.

તેનું રહસ્ય આ પ્રમાણે સમજવું. જિજ્ઞાસુએ પહેલી રકમ લખી તેની પૂર્તિ ગણિતજ્ઞે એવી રીતે કહી કે જેનો સરવાળો ૧૦૦૦૦૦૦ લાખ આવે. આ રીતે સંખ્યા લખવા માટે માત્ર નીચે એવી રીતે અંક લખતા જવો કે જે મળીને સરવાળો ૯ થાય અને છેલ્લા અંકોનો ૧૦ થાય, એ રીતે–

૮૨૪૬૫૧	જિજ્ઞાસુએ લખેલી પહેલી રકમ
૧૭૫૩૪૯	ગણિતજ્ઞે લખેલી રકમ
૧૦૦૦૦૦૦	

આમાં ઝડપથી લખવા માટે નીચેની રીતિ અખત્યાર કરવામાં આવી છે.

૮	૨	૪	૬	૫	૧
+૧	+૭	+૫	+૩	+૪	+૯
૯	૯	૯	૯	૯	૧૦

છેડે દશ લાવતાં આખી સંખ્યા ૧૦૦૦૦૦૦ ની બની જાય છે.

આ રીતે જિજ્ઞાસુએ લખેલી બીજી રકમની પૂર્તિમાં ગણિતજ્ઞે છઠ્ઠી રકમ લખી અને ત્રીજી રકમની પૂર્તિમાં સાતમી રકમ લખી.

ત્યાર બાદ જિજ્ઞાસુએ આઠમી રકમ લખી, હવે—ગણિતજ્ઞે આમાં એટલું જ કરવાનું છે કે ડાબી બાજુ પહેલો અંક ૩ મૂકી દેવો, કારણ કે છ સંખ્યાઓ મળીને ૩૦૦૦૦૦૦ ત્રીશ લાખ થાય છે. સાતમા અંકસ્થાનમાં રહેલો ૩ ત્રીશ લાખનું મૂલ્ય બતાવે છે. પછી ડાબી બાજુથી ચોથી તથા આઠમી સંખ્યાનો જ સરવાળો મૂકતા જવું જેમકે—

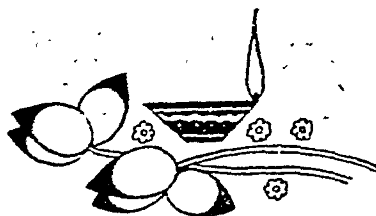
૩૨૫૧૪૧	ચોથી રકમ
૨૧૩૦૪૨	આઠમી રકમ
૫૩૮૧૮૩	આ રકમની આગળ ૩ ઉમેરતાં
૩૫૩૮૧૮૩	બને છે, જે સરવાળાનો ઉત્તર

છે. પ્રયોગ કરી જુઓ, એટલે આ પ્રયોગમાં ખૂબ જ મજા પડશે.

ગણિતજ્ઞાન તેમજ બુદ્ધિની

કસોટી કરનારા

કોયડાઓ



ખાસ સૂચના

ગણિત–ચમત્કારમાં ચૂંટી કાઢેલા ૧૦૦ કોયડાઓ આપવામાં આવ્યા હતા અને તેણે પાઠકોની બુદ્ધિની બરાબર કસોટી કરી હતી. તેવા જ બીજા ૮૦ કોયડાઓ અહીં રજૂ કરવામાં આવ્યા છે. તેના પહેલા વર્ગમાં ૩૦ કોયડાઓ છે, તેનો જવાબ કાગળ–પેનસીલની મદદ વિના મૌખિક જ આપવાનો છે. બીજા અને ત્રીજા વર્ગમાં કાગળ અને પેનસીલનો ઉપયોગ કરવાની છૂટ છે.

કોયડો વાંચીને તેનો અર્થ સમજવો અને તેનો ઉકેલ કરવા પ્રયત્ન કરવો, એમાં જ ખરી મજા છે. વિવિધ રીતે પ્રયત્ન કરવા છતાં ઉકેલ ન સૂઝે ત્યારે જ તેનો ઉત્તર જોવો જોઇએ.

બસ, આટલી સૂચના ધ્યાનમાં રાખીને હવે કોયડાઓ વાંચવાની શરૂઆત કરો અને તેનો ઉકેલ પણ શોધતા જાઓ.

પહેલો વર્ગ

[૧]

સાવ સહેલું !

જો પાંચ વખત ચારની કિંમત તેત્રીશ થાય તો ચાલીશના ચોથા ભાગની કિંમત શું થાય ?

[૨]

વરસાદની સરેરાશ

એક પ્રદેશમાં લાગલાગટ દોઢ અઠવાડિયા સુધી વરસાદ થયો. તેમાં ૩૧॥ ઇંચ પાણી પડ્યું તો વરસાદની રોજની સરેરાશ કેટલી ?

[૩]

તફાવત

બે પાંત્રીશ અને બે પાંચ તથા ત્રીશ વચ્ચેનો તફાવત કેટલો ?

[૪]

દશ અંકનો ગુણાકાર

૧ × ૨ × ૩ × ૪ × ૫ × ૬ × ૭ × ૮ × ૯ × ૦ = ?

[૫]

કાનટોપી અને ફૂમતાં

યશોદાએ પોતાના નાના બાબા માટે ફૂમતાંવાળી ઊનની કાનટોપી રૂા. ૭–૫૦ પૈસામાં ખરીદી. તેમાં ફૂમતાં કરતાં ટોપીની કિંમત રૂા. ૬–૦ વધારે છે, તો ફૂમતાંની કિંમત કેટલી ?

[૬]

કેટલી બેઠકો હશે ?

મનુ કોલેજમાં ભણવા જાય છે. ત્યાં પહેલેથી ત્રીજી હારમાં અને છેલ્લેથી સાતમી હારમાં જમણી બાજુ બેસે છે. હવે જમણી અને ડાબી બંને બાજુઓના બાંકડામાં છ–છ બેઠકો છે, તો એ વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓને માટે કુલ કેટલી બેઠકો હશે ?

[૭]

ઘોડાઓની સંખ્યા

બે હારમાં સરખા ઘોડા ઊભા છે. તેમાંથી પહેલી હારમાંથી ૭ ઘોડા વેચી નાખવામાં આવ્યા અને બીજી હારમાંથી ૧૩ ઘોડા વેચી નાખવામાં આવ્યા. હવે પહેલી હારમાં જે ઘોડાઓ રહ્યા, તે બીજી હારના ઘોડા કરતાં ચાર ગણા છે, તો બંને હારમાં કેટલા ઘોડા ઊભા હશે ?

[૮]

ચોસઠના ચાર ભાગ

૬૪ના ચાર ભાગ એવી રીતે કરો કે તેના પહેલા

ભાગમાં ૩ ઉમેરીએ, બીજા ભાગમાંથી ૩ બાદ કરીએ, ત્રીજા ભાગને ૩ થી ગુણીએ અને ચોથા ભાગને ૩ થી ભાગીએ તો પરિણામ સરખું આવે.

[૯]

કારીગરના રોજ

એક કારીગર રોજના સાડા ત્રણ રૂપિયા કમાતો હતો, પણ જે દિવસે કામ પર જઈ શકતો ન હતો, તે દિવસે પોતાની બદલીમાં બીજા માણસને મોકલતો હતો અને તેનું મહેનતાણું પોણા ત્રણ રૂપિયા આપવું પડતું હતું. હવે એક મહિના પછી હિસાબ ગણતાં તેના ભાગે ૪૨॥ રૂપિયા રહ્યા, તો તેણે પોતે કેટલા રોજ કામ કર્યું હશે?

[૧૦]

સાયકલવાળા

બે સાયકલવાળા વર્તુલ (ગોળાકાર) રસ્તામાં સાયકલો ફેરવે છે. તેમાં પહેલો સાયકલવાળો છ મિનિટમાં વર્તુલ પૂરું કરે છે અને બીજો ચાર મિનિટમાં વર્તુલ પૂરું કરે છે, તો પહેલો સાયકલવાળો બીજાને કેટલી મિનિટમાં પકડી પાડશે?

[૧૧]

ક્રિકેટનો કોયડો

એ તો સહુ કોઈ જાણે છે કે ક્રિકેટ મેચમાં દરેક પક્ષમાં અગિયાર-અગિયાર માણસો રમે છે. અમે એક વખત ક્રિકેટ મેચ જોવા ગયા, ત્યારે એવું બન્યું કે નવમો માણસ રમતમાં દાખલ થયો, છતાં ત્રણ વિકેટો પડી, તો તે કેમ બન્યું હશે?

[૧૨]

વેપાર

એક ફળવાળાએ ૧ રૂપિયાના ૧૨ દાડમ લઈ ૧૬ના ભાવે વેચી નાખ્યા અને ૧ રૂપિયાના ૧૬ દાડમ લઈ ૧૨ ના ભાવે વેચી નાખ્યા. એ પ્રમાણે તેણે કેટલી વાર વેપાર કર્યો હશે, જેથી તેને ૧ રૂપિયાનો ફાયદો થયો?

[૧૩]

જન્મતિથિ

વિનોદ અને રસિક જોડિયા ભાઈ છે. તેમાં વિનોદની ચોથી જન્મતિથિ આજ ઉજવાય છે અને રસિકની પહેલી જન્મતિથિ કાલે ઉજવાશે. આ કેવી રીતે બને?

[૧૪]

ત્રાજવાં અને કાટલાં

૧ થી ૪૦ શેરનું વજન કરવા માટે કાંટો તૈયાર છે. હવે જો એક જ તરફના છાબડામાં કાટલાં મૂકવાનાં હોય તો ઓછામાં ઓછાં કેટલાં કાટલાં જોઈએ? અને બંને તરફના છાબડામાં કાટલાં મૂકવાનાં હોય તો ઓછામાં ઓછાં કેટલાં જોઈએ?

[૧૫]

ધૂમ્રપાન

ધૂમ્રપાનમાં અનેક જાતનાં નુકશાનો રહેલાં છે, આમ છતાં મનુષ્યો લતની ખાતર તેનું સેવન કરે છે અને તે માટે દર વર્ષે અબજો રૂપિયા ખર્ચી નાખે છે. કેટલાક માણસો

પાસે ધૂમ્રપાન કરવા જેટલા પૈસા હોતા નથી, તેઓ બીડી કે સિગારેટનાં ઠુંઠાં ભેગા કરીને તેમાંથી બીડી કે સીગારેટ બનાવે છે અને પોતાની તલપ પૂરી કરે છે. કચરાદાસને આવી જ ટેવ હતી. તે રોજ બીડીનાં ઠુંઠાં એકઠાં કરતો અને ૭ ઠુંઠાંમાંથી ૧ બીડી બનાવતો. હવે એક દિવસ તેણે ૪૯ ઠુંઠાં ભેગા કર્યાં, તો તેમાંથી કુલ કેટલી બીડીઓ બનશે?

[૧૬]

ડોકટરની વીઝીટ

એક ડોકટર એક વાર વીઝીટે જવાની ફી પાંચ રૂપિયા લે છે, પરંતુ રાત્રે વીઝીટે જવું પડે તો સાડા સાત રૂપિયા લે છે. હવે એક દરદીને કુલ ૧૨ દિવસ સુધી તપાસીને તેણે ૭૫ રૂપિયાનું બીલ બનાવ્યું, તો તેણે રાત્રે કેટલી વાર વીઝીટ કરી હશે?

[૧૭]

પાટિયું કાપવાની મજૂરી

મારી પાસે સમચોરસ પાટિયું છે. તેનો ચોથો ભાગ કાપવા માટે એક સુથારે ચાર આના કહ્યા, પણ મારે તેના ચાર સરખા કકડા કરાવવા હોય તો તે જ ભાવે કુલ કેટલી મજૂરી આપવી પડે?

[૧૮]

ચાર પંચા સોળ!

'ચાર પંચા વીશ' એ તો તમે સહુ જાણો છો, પણ

વિનોદે 'ચાર પંચા સોળ' કરી બતાવ્યા, તો તેણે શું કર્યું હશે ?

[૧૯]

ફાળાની રકમ

એક વખત સાત માણસોએ અમુક ફાળામાં રકમ ભરવાનું નક્કી કર્યું. તેમાં પહેલા ૭ પૈકી દરેકે ૧૦ રૂપિયા ભર્યા ને છેલ્લા માણસે સાતેય જણની સરેરાશ કરતાં ૩ રૂપિયા વધારે ભર્યા, તો તેણે શું ભર્યું હશે ?

[૨૦]

છાજલી પરના ગ્રંથો

એક છાજલી પર ત્રણ ગ્રંથો પડેલા છે. હવે એક કીડો તેનાં પાનાં કોરવા માંડે છે. તેમાં પહેલા ગ્રંથના પહેલા પાનાથી છેલ્લા ગ્રંથના છેલ્લા પાના સુધી જાય છે. જો આ દરેક ગ્રંથના પાનાનું કદ ૧ ઈંચ અને પૂંઠાનું કદ $\frac{1}{8}$ ઈંચ હોય, તો એ કીડાએ કુલ કેટલું અંતર કાપ્યું હશે ?

[૨૧]

ટેક્સીનો નંબર

એક વાર ટેક્સીમાં પ્રવાસ કરી રહેલ એક ગૃહસ્થે ટેક્સી-ડ્રાઈવરને પૂછ્યું કે તારી ટેક્સીનો નંબર શું છે ? ત્યારે ટેક્સી-ડ્રાઈવરે સીધો જવાબ ન આપતાં જણાવ્યું કે મારી ટેક્સીનો નંબર એવો છે કે જેને ૨, ૩, ૪, ૫ કે ૬ થી ભાગો તો દરેક વખતે ૧ વધે, પણ ૧૧ થી ભાગો

તો કંઈ ન વધે. મારા જેટલા નાના નંબરવાળી ટેકસી ભાગ્યે જ બીજા કોઈની હશે, તો એ ટેકસીનો નંબર શું?

[૨૨]

પાણી અને દૂધ

અ કૂજામાં ૧ શેર પાણી છે અને બ કૂજામાં ૧ શેર દૂધ છે. હવે અ કૂજામાંથી ૧ પ્યાલો પાણીનો ભરીને બ કૂજામાં નાખ્યો હોય અને પછી બ કૂજામાંથી તે જ પ્યાલો દૂધનો ભરીને અ કૂજામાં નાખ્યો હોય તો અ કૂજામાંનું દૂધ અને બ કૂજામાંનું પાણી સરખા જ રહે કે ઓછા-વધારે?

[૨૩]

રૂપિયા અને નોકરો

એક સોદાગરે પોતાના નોકરોને વહેંચવા માટે રૂપિયા કાઢ્યા. જો તે નોકરોને ત્રણ-ત્રણ રૂપિયા આપે છે, તો ૧ રૂપિયો વધે છે અને ચાર-ચાર રૂપિયા આપે છે તો ૯ રૂપિયા ઘટે છે, તો તે સોદાગરે વહેંચવા માટે કેટલા રૂપિયા કાઢ્યા હશે અને તેને કેટલા નોકરો હશે?

[૨૪]

કાઠીનો ઘોડો

કાઠી લોકો ઘોડાને ઉછેરીને તૈયાર કરે છે અને તેની પાસેથી મનગમતું કામ લે છે. ખાસ કરીને સૌરાષ્ટ્રના કાઠી લોકો તે માટે વખણાય છે.

એક વાર એક કાઠીએ એક વછેરો ૧૫૦ રૂપિયામાં ખરીધો, ત્યાર બાદ કેટલાક વખતે તેને ૩૦૦ રૂપિયામાં વેચી નાખ્યો. આથી તેના મિત્રે કહ્યું કે 'તમને આ ઘોડો વેચતાં સારો નફો થયો હશે.' પરંતુ કાઠીએ જણાવ્યું કે 'ભાઈ! વખતને માન આપીને મારે આ ઘોડો વેચી નાખવો પડ્યો છે. બાકી આ સોદામાં ઘોડાની મૂળ કિંમતના અર્ધા તથા આજ સુધી કરેલા ખર્ચનો ચોથો ભાગ મેં ગુમાવ્યો છે.' ત્યારે એ કાઠીએ વેચાણમાં કુલ કેટલા રૂપિયા ગુમાવ્યા હશે?

[૨૫]

ચાલવાનો પ્રશ્ન

એક માણસ રોજ પ્રાતઃકાળમાં ફરવા જતો હતો. તેણે ફરતાં ફરતાં પાછું જોયું તો ૪૦૦ હાથના છેટે પોતાના એક મિત્રને જોયો, એટલે તેણે મિત્ર ભણી ચાલવા માંડ્યું. બંનેના મુખ સામસામા હતાં, છતાં ૨૦૦ હાથ છેટા ચાલ્યા. પછી પણ તેમની વચ્ચે ૪૦૦ હાથનું જ છેટું રહ્યું, તો તે કેમ બન્યું હશે?

[૨૬]

વાડના થાંભલા

એક મકાનના રસ્તા પરના ભાગ પર ૧૦૦ ફૂટની વાડ કરવી પડે એમ છે. તેમાં તાર અને થાંભલાઓનો ઉપયોગ કરવાનો છે. હવે થાંભલા ૧૦–૧૦ ફૂટના છેટે મૂકવા હોય તો કુલ કેટલા થાંભલા જોઈએ?

[૨૭]

કરોળિયા અને વંદા

એ તો તમે જાણતા જ હશો કે કરોળિયાને ૮ પગ હોય છે અને વંદાને ૬. હવે એક વખત એક છોકરાએ લાકડાની નાની પેટીમાં કરોળિયા અને વંદા મળી ૯ જંતુઓ એકઠા કર્યાં અને તેમના પગ ગણ્યા તો ૬૦ થયા, તો તેમાં કરોળિયા કેટલા હશે અને વંદા કેટલા હશે?

[૨૮]

ટીકીટનો પ્રકાર

એક રેલ્વે લાઈન પર ૨૦ સ્ટેશનો છે. તે દરેક સ્ટેશન પર ટીકીટો વેચવાની વ્યવસ્થા છે, તો એ રેલ્વે લાઈન પર બધી મળીને કેટલા પ્રકારની ટીકીટો વેચાતી હશે?

[૨૯]

વિમાની સફર

એક વિમાનને અ થી બ સુધી જતાં એક કલાક અને ૨૦ મીનીટ લાગે છે, પરંતુ પાછા ફરતાં ૮૦ મીનીટ લાગે છે, તેનું કારણ સમજાવશો?

[૩૦]

એકમાંથી એક બાદ જ ન થાય!

૧ માંથી ૧ બાદ જાય તો બાકી ૦ રહે, એટલે કે કંઈ ન રહે એવી આપણી સામાન્ય સમજ છે, પણ ૧ માંથી ૧ બાદ જ ન થઈ શકે, એ કેમ બને?

બીજો વર્ગ

[૩૧]

લગ્ન માટેનો સામાન

એક ખેડૂત લગ્ન માટે કેટલોક સામાન ખરીદવા પાસેના શહેરમાં ગયો. ત્યાં એક મણિયારની દુકાનેથી ૮ રૂપિયામાં ૨ વીંઝણાં, ૪ દર્પણ અને ૬ કંકાવટીઓ લઈ આવ્યો. ઘેર આવતાં પાડોશીઓએ પૂછ્યું કે–'તમે દરેક વસ્તુ શા ભાવે લાવ્યા?' ખેડૂતે કહ્યું કે 'એવી તો ખબર નથી, પણ એક વીંઝણાની કિંમત ૨ દર્પણ અને ૩ કંકાવટી જેટલી છે અને ૨ દર્પણની કિંમત ૩ કંકાવટી જેટલી છે.'

આ જવાબ સાંભળીને પાડોશીઓએ દરેક વસ્તુની કિંમત જાણી લીધી. તમે જાણી શક્યા?

[૩૨]

માલની અદલાબદલી

ચાર મિત્રો વેપાર કરતા હતા. તેમાં એકની પાસે કેટલાક ચપ્પુ, બીજાની પાસે કેટલીક સૂડીઓ, ત્રીજાની પાસે

કેટલીક કાતર અને ચોથાની પાસે કેટલાંક પાકીટો હતાં. હવે જેની પાસે ચપ્પુ હતાં, તેણે દરેક મિત્રને એકેક ચપ્પુ આપ્યું; જેની પાસે સૂડીઓ હતી, તેણે દરેક મિત્રને એકેક સૂડી આપી; જેની પાસે કાતર હતી, તેણે દરેક મિત્રને એકેક કાતર આપી અને જેની પાસે પાકીટો હતાં, તેણે દરેક મિત્રને એકેક પાકીટ આપ્યું.

હવે તેમણે સરખે ભાવે વસ્તુઓ વેચી તો દરેકને ૪-૪ રૂપિયા મળ્યા, તો તે દરેક કેટકેટલી વસ્તુઓ લઈને વેચવા નીકળ્યા હશે અને દરેક વસ્તુ શા ભાવે વેચી હશે?

[૨૩]

કેટલા રૂપિયાનો માલ?

એક વખત કમુ અને રમુ નામની બે બહેનપણીઓ વાતે ચડી. પહેલીએ બીજીને કહ્યું કે મારા પતિ કેટલીક ખાંડ ૫૦ પૈસાની ૫૦૦ ગ્રામ લેખે લાવ્યા અને તેટલો જ ગોળ ૪૦ પૈસાના ૫૦૦ ગ્રામ લેખે લાવ્યા. મેં તેમને કહ્યું કે 'જો તમે અરધો અરધ પૈસાના ખાંડ–ગોળ લાવ્યા હોત તો ૧૦૦ ગ્રામ માલ વધારે આવત, તો બહેન! તેઓ કેટલા રૂપિયાનો માલ લાવ્યા હશે?'

બીજીએ કહ્યું: 'આમાં મને તો કંઈ સમજ પડતી નથી, પણ મારી ભારતી તમને કહી આપશે.' એવામાં રમતી રમતી ભારતી ત્યાં આવી પહોંચી અને તેણે તરત હિસાબ ગણી આપ્યો. તમે કહી શકશો કે કમુનો પતિ કેટલા રૂપિયાનો માલ લાવ્યો હશે?

[૩૪]

બ્રહ્મભોજનનો હીસાબ

રઘુ પટેલે એક વખત બ્રહ્મભોજન આપ્યું. તેમાં ૨૫ નાગર, ૨૦ ઔદિચ્ય, ૧૮ શ્રીમાળી ને ૧૨ મેવાડા બ્રાહ્મણ આવ્યા. હવે તે કોઈ કોઈની સાથે જમે નહિ, એટલે દરેકે જુદો પંઠો લગાવ્યો, ભગા પટેલે પોતાના મોદી ચુનીલાલ શેઠને જણાવી દીધું હતું કે ચારે પંઠાને તેમણે સીધું પૂરું પાડવું. બધા બ્રાહ્મણો જમી રહ્યા ત્યારે ચુનીલાલ શેઠને ત્યાંથી રૂપિયા ૯૫-૦-૦ નો સામાન ખરીદાયો. પણ રઘુ પટેલને દરેક પંઠા દીઠ કેટલું ખર્ચ થયું તે જાણવું હતું, એટલે તેમણે ચારે પંઠાવાળાને બોલાવીને પૂછ્યું કે 'તમે દરેક કેટકેટલું સીધું લાવ્યા?' બ્રાહ્મણોએ કહ્યું: 'અમે બીજો કંઈ હિસાબ રાખ્યો નથી, પણ ૫ નાગરોએ ૪ ઔદિચ્ય જેટલું સીધું વાપર્યું છે; અને ૧૨ ઔદિચ્યોએ ૯ શ્રીમાળી જેટલું સીધું વાપર્યું છે; જ્યારે ૬ શ્રીમાળીઓએ ૮ મેવાડા જેટલું વાપર્યું છે.' એ પરથી રઘુ પટેલે બરાબર હિસાબ મેળવ્યો. તમે કહી શકશો કે બ્રાહ્મણના દરેક પંઠા દીઠ કેટલું ખર્ચ આવ્યું હશે?

[૩૫]

ચલણી સિક્કાનો કોયડો

નવ આંકડાનો ઉપયોગ કરતાં રૂપિયા તથા પૈસામાં લખી શકાય તેવી મોટામાં મોટી રકમ રૂા. ૯૮૭૬૫૪૩૨-૧

પૈસો છે. બરાબર આ જ રીતે આંકડાનો ઉપયોગ કરતાં રૂપિયા તથા પૈસામાં નાનામાં નાની કઈ રકમ લખી શકાય?

[૩૬]

અજાયબ થેલીઓ

ભગાજી મારવાડીનો ધંધો શરાફીનો હતો, પરંતુ રૂપિયા ગણવાનો તેને બહુ કંટાળો હતો, તેથી તેણે પોતાની દુકાનમાં ૧૦ કોથળીઓમાં એવી રીતે નાણું ભરી રાખ્યું હતું કે ૧ રૂપિયાથી માંડી ૧૦૦૦ રૂપિયા સુધીમાં કોઈ ગમે તેટલી રકમ માગવા આવતું તો તે અકબંધ કોથળીઓ જ આપી દેતો, પણ કદાપિ તે છોડીને તેમાંથી રૂપિયા કાઢતો નહિ. તમે કહી શકશો કે તેણે દરેક કોથળીમાં કેટલું નાણું ભર્યું હશે?

[૩૭]

ભૂલેશ્વરમાં વસ્તુની ખરીદી

નીલા અને કુસુમ નામની બે બહેનો હતી. તે એક વખત ભૂલેશ્વરમાં* કેટલીક વસ્તુઓ ખરીદવા ગઈ. તેમાં બંને બહેનોએ ૧૨–૧૨ રૂપિયામાં ૨૦ વસ્તુઓ ખરીદી. પાછળથી નીલાને વધારે વસ્તુઓ લેવાનો વિચાર આવ્યો, એટલે તેણે ૪ રૂપિયામાં ૭ વસ્તુઓ ખરીદી અને કુસુમને પણ વધારે વસ્તુઓ લેવાનો વિચાર આવ્યો, એટલે તેણે

* મુંબઈનો જાણીતો લત્તો કે જ્યાં મહિલાઓ વિશેષ ખરીદી કરે છે.

૩ રૂપિયામાં ૫ વસ્તુઓ ખરીદી. હવે આ પાછલી વસ્તુઓ ખરીદવામાં કોણે ભાવ વધારે આપ્યો ?

[૩૮]

ક્યારે ટ્રેન પકડી શકે ?

સુરેન્દ્ર ૩૦ માઈલની ઝડપે મોટર હંકારે છે અને ૧૨ માઈલ દૂર આવેલા સ્ટેશને પહોંચી ટ્રેન પકડે છે કે જે ત્યાં માત્ર બે મિનિટ જ થોભે છે. એક દિવસ વાહનવ્યવહાર ઘણો હતો એટલે તે અર્ધા માર્ગે આવ્યો, ત્યાં સુધી મોટરની ઝડપ માત્ર ૧૫ માઈલ સુધીની રહી શકી. હવે તે બાકીનું અંતર કેટલી ઝડપે કાપે તો સ્ટેશને પહોંચી ટ્રેન પકડી શકે ?

[૩૯]

કાગળનો ઢગલો

મનુને કાગળનો એક ઢગલો કરવો છે. હવે જે કાગળો ઢગલામાં મૂકવાના છે, તે .૦૧ ઇંચ જેટલા જાડા છે, તે પહેલો એક કાગળ મૂકે છે, બીજી વાર બે કાગળ મૂકે છે, ત્રીજી વાર ચાર કાગળ મૂકે છે. આમ ૩૦ વાર બમણાં-બમણાં કાગળ મૂકે તો એ ઢગલો કેટલો ઊંચો થાય ? ૧૦ ઇંચ, ૧૦૦ ઇંચ, ૧૦૦૦ ઇંચ, ૧૦૦૦૦ ઇંચ કે તેથી પણ વધારે ?

[૪૦]

પુસ્તકોની સંખ્યા

વિનોદે ગણિત અને વિજ્ઞાનને લગતું એક પુસ્તકાલય

તૈયાર કર્યું છે. તેમાંનાં ૬૦ ટકા પુસ્તકો એકલા ગણિતને લગતાં છે, ૨ જીવશાસ્ત્રને લગતાં છે. બાકી રહ્યાં તેમાંના $\frac{૨}{૩}$ પદાર્થશાસ્ત્રનાં અને $\frac{૧}{૩}$ રસાયણશાસ્ત્રનાં છે. તો એ પુસ્તકાલયમાં તેણે ઓછામાં ઓછાં કેટલાં પુસ્તકો એકઠાં કર્યાં હશે?

[૪૧]

જમરૂખનો ભાવ

'જમરૂખ કેમ ખરીદ્યાં?' એક વખત ભગવાન પટેલે તેમના મિત્ર નાગજી ઠક્કરને સવાલ કર્યો.

નાગજી ઠક્કરે કહ્યું: 'ભાવ તમને કહેવાનો નથી. પણ વેચનારે કહ્યો હતો તેથી ૧૦ પૈસા ઓછો ભાવ આપ્યો છે.'

'તેથી કેટલો ફાયદો થયો?'

'ફાયદો તો થાય જ ને? સાત રૂપિયાની ખરીદીમાં ૪ જમરૂખ વધારે આવ્યા.'

તમે કહી શકશો કે નાગજી ઠક્કરે શું ભાવે જમરૂખ ખરીદ્યા હશે?

[૪૨]

હીરાની વહેંચણી

એક ઝવેરી પાસે હીરાના ૪૯ પડીકાં હતાં. તે દરેક પર તેણે ક્રમસર નંબરો લખેલા હતા અને પોતાને સરળતાથી યાદ રહે તે માટે દરેક પડીકામાં તેના નંબર જેટલા

જ હીરા મૂક્યા હતા. તે ઝવેરીને ૭ પુત્રો હતા. હવે વૃદ્ધાવસ્થા આવતાં તે ઝવેરીએ પોતાની મિલકત છોકરાઓને વહેંચી આપી અને પેલાં પડીકાં પણ વહેંચી આપ્યાં, પરંતુ તેની વહેંચણી એવી રીતે કરી કે જેથી દરેકના ભાગમાં ૭ પડીકાં જ આવ્યાં અને હીરાની સંખ્યા પણ સરખી જ આવી. ત્યારે તે હીરાનાં પડીકાંઓની વહેંચણી કેવી રીતે કરી હશે?

[૪૩]

વસ્તીવધારો

વસ્તીવધારાનો પ્રશ્ન દરેક દેશને મૂંઝવી રહ્યો છે. એક પ્રસિદ્ધ વિદ્વાને હમણાં જ કહ્યું હતું કે દુનિયાની વસ્તીમાં થઈ રહેલો ચાલુ વધારાનો પ્રશ્ન મનુષ્યોને બીજા ગ્રહમાં મોકલી દેવાથી ઉકેલાશે નહિ. તે સંભાળભરી વિચારણા અને હિંમતભરેલો ઉકેલ માગે છે. આપણા ભારત દેશમાં તે માટે કુટુંબનિયોજનની યોજના અમલમાં છે.

અહીં પ્રશ્ન એવો છે કે દર અઠવાડિયે વસ્તીમાં ૧ ટકાનો વધારો થાય, તે ઝડપી છે કે વર્ષે દહાડે ૬૦ ટકાનો વધારો થાય તે ઝડપી છે?

[૪૪]

વાઘ, બકરી અને ઘાસનો પૂળો

નદીના એક કાંઠે એક વાઘ, એક બકરી અને એક ઘાસનો પૂળો છે. એ ત્રણેયને સામે કાંઠે લઈ જવાનાં છે.

નદીમાં જે મછવો છે, તેમાં ખલાસી એક વખતે એક જ ચીજ લઈ જઈ શકે છે. જો એક કાંઠે વાઘ અને બકરી રહી જાય તો વાઘ બકરીને ખાઈ જાય અને બકરી તથા પૂળો રહી જાય તો બકરી પૂળો ખાઈ જાય. વાઘ ઘાસ ન ખાય, તેમ જ માણસની હાજરીમાં કોઈ કોઈનું નામ લઈ શકે નહીં. હવે એ ત્રણેયને સામે કાંઠે શી રીતે લઈ જવા, તે બતાવશો?

[૪૫]

વસ્તીપત્રક

રાવલ મહાશયને–છોકરાં છોકરી મળી એક ડઝન ને ત્રણ સંતાન હતાં. હવે સહુથી મોટી છોકરીનું નામ નાનબાઈ હતું. સહુથી નાના છોકરાને બચુ કહેતા. એક વખત વસ્તીપત્રકવાળાએ રાવલ મહાશયને ત્યાં આવી નાનબાઈને પૂછ્યું કે 'બહેન! તમારી ઉમ્મર શું છે?' નાનબાઈએ કહ્યું: 'એ માથાકુટમાં હું ઉતરીશ નહિ. પણ જુઓ અમે પંદર ભાંડુઓ છીએ. દરેક દોઢ દોઢ વર્ષના અંતરે જન્મેલા છીએ ને નાના બચુ કરતાં હું આઠ ગણી મોટી છું.' આ પરથી વસ્તીપત્રકવાળાએ તેની ઉમ્મર કેટલી સમજવી?

[૪૬]

વર્ષની કમાણી

એક વખત શ્રીમતી કબાડીએ આવીને મને કહ્યું કે એક સવાલ થોડા દિવસથી મારા મનમાં ઘોળાયા કરે છે, માટે તેનું નિરાકરણ કરી આપો. પરણીને સ્વતંત્ર ઘર ચલાવતાં અમને એક વર્ષ થયું. હવે તમારા ભાઈ કહે છે

કે એટલા સમયમાં આવકનો ત્રીજો ભાગ ભાડું અને ટેક્ષ ભરવામાં ખરચાઈ ગયો; અર્ધો ભાગ અનાજ, ફળ, શાક વગેરેમાં ખરચાયો અને એક નવમાંશ કપડાં-લત્તાં તથા પરચુરણ ખર્ચમાં ગયો. તેઓ બેંકની પાસબુક પરમ દિવસે ભૂલી ગયા હતા, તે મેં સ્વાભાવિક કુતુહલથી ઉઘાડીને જોઈ તો ૧૦૦ રૂપિયા સિલકે છે. હવે તેઓ પોતાની ખરી કમાણી શું છે? તે કહેતા નથી, પરંતુ તમે આ આંકડાઓ પરથી ગણી આપશો ખરા?

[૪૭]

બે ટ્રંકો

એક ગૃહસ્થને ૪ માઈલ દૂર આવેલા સ્ટેશને જવું હતું. હવે તેની પાસે સરખા વજનની બે ટ્રંકો હતી, પણ તે પોતે બંને ટ્રંકો ઉપાડી શકે તેમ ન હતો, તેથી તેના બે નોકરો તે ટ્રંકો લઈ ચાલ્યા. પણ પેલા ગૃહસ્થની એવી ઇચ્છા હતી કે પોતે પણ તેમાં સરખી જ મહેનત ઉઠાવવી, તો એ માટે તેણે કેવી રીતે ગોઠવણ કરવી?

[૪૮]

બે ગામ વચ્ચેનું અંતર

ગોવિંદ ઠક્કર પાસેના ગામમાં ઉઘરાણીએ જાય છે— ત્યારે કલાકના પાંચ માઇલની ઝડપે ચાલે છે, પણ વળતી વખતે થાકી જવાથી ત્રણ માઉલની ઝડપે જ પાછા ફરે છે. હવે તેમને એક ગામ જઈને આવતાં ૭ કલાક થાય છે, તો તે ગામ કેટલે દૂર હશે?

[૪૯]

ત્રણ મિત્રોની મુસાફરી

ત્રણ મિત્રો મુસાફરીએ નીકળ્યા. તેમાં પહેલાએ પહેલી તારીખે સવારે ૭ વાગ્યે મુસાફરી શરૂ કરી, બીજાએ ત્રીજી તારીખે ૭ વાગ્યે મુસાફરી શરૂ કરી અને ત્રીજાએ ચોથી તારીખે ૭ વાગ્યે મુસાફરી શરૂ કરી. દરેક જણ સવારના ૬ થી ૧૦ અને સાંજના ૪ થી ૭ વાગ્યા સુધી મુસાફરી કરતા હતા, પણ એમાં પહેલો રોજના ૭ માઇલ, બીજો રોજના ૧૦॥ માઇલ અને ૩જો રોજના ૧૪ માઇલ, એ પ્રમાણે મુસાફરી કરતા હતા. આ પ્રમાણે ચાલતાં ત્રણેય મિત્રો એક જ દિવસે અને એકી વખતે ભેગા થઇ ગયા, ત્યારે તે કઇ તારીખે ને કેટલા વાગે અને કેટલા માઇલ પર મળ્યા હશે?

[૫૦]

બાજરીનું વેચાણ

એક અનાજના વેપારીએ તેના વાણોતરને ૧૦૦ મણ બાજરી આપી અને કહ્યું કે એ બાજરી સવારે ૧ રૂપિયાની ૩ મણ લેખે વેચવી અને સાંજના ૩ રૂપિયાની ૧ મણ લેખે વેચવી અને ૧૦૦ રૂપિયા બરાબર લાવવા. ત્યારે એ વાણોતરે સવારે કેટલા મણ વેચવી અને સાંજે કેટલા મણ વેચવી?

[૫૧]

ખોટી નોટ

એક શરાફ બગીચામાં ફરવા ગયો. ત્યાં તેને ૧૦) રૂા.

ની એક નોટ જડી. તેણે પોતાની ડાયરીમાં તેનો નંબર નોંધીને પોતાની પત્નીને ઘેર મૂકવા આપી. તેની પત્નીને યાદ આવ્યું કે આજે દૂધવાળાને રૂા. ૧૦) આપવાના છે, એટલે તે નોટ દૂધવાળાને આપી. દૂધવાળાએ તેનો ઉપયોગ એક ખેડૂત પાસેથી ગાય ખરીદવામાં કર્યો. તે ખેડૂતે પોતાના લેણદાર વેપારીને તે નોટ આપી અને તે વેપારીએ સુથારને આપી. સુથારને તે દિવસે શરાફને ત્યાં પૈસા ભરવાના હોવાથી પેલા શરાફને ત્યાં જ ભરી. હવે શરાફે ઝીણવટથી જોયું તો તે નોટ ખોટી નીકળી. ત્યારે આ બધી વાતમાં કોની શું સ્થિતિ રહે? અને કોણ શું ગુમાવે?

[૫૨]

કેટલી ગાડીઓ મળે ?

ડમકુમાએ સુરતના સ્ટેશન પર ગાર્ડને પૂછ્યું કે 'અહીંથી મુંબઈ પહોંચતાં કેટલો સમય લાગશે?' ગાર્ડે કહ્યું : 'પાંચ કલાક.' ડોસીએ તે સાંભળીને બીજો પ્રશ્ન પૂછ્યો : 'અને રસ્તામાં કેટલી ગાડીઓ મળશે?' ગાર્ડ આ વિચિત્ર પ્રશ્ન સાંભળીને જરા ખચકાયો, પણ હાજર-જવાબી હોવાથી તેણે એવો ઉત્તર આપ્યો કે 'સુરતથી મુંબઈ અને મુંબઈથી સુરત એકી સાથે ગાડી ઉપડે છે ને ત્યાર પછી દર એક કલાક ને પાંચ મિનિટે બીજી ગાડી ઉપડે છે. સમજ્યા?'

ડોસીએ પાસે બેઠેલા એક ઉતારુને કહ્યું : 'ભાઈ! આ ગાર્ડ સાહેબ કહે છે તે મુજબ કેટલી ગાડીઓ મળશે?' ઉતારુએ શું જવાબ આપવો?

[૫૩]

પેકીંગ કરનાર મજૂરો

એક વેપારીને કેટલોક માલ સ્ટીમરમાં ચડાવવો હતો. તેને એક મજૂર એવો મળ્યો કે જે બધો માલ ૬ દિવસમાં પેક કરી આપે. બીજો મજૂર એવો મળ્યો કે જે બધો માલ ૩ દિવસમાં પેક કરી આપે. પણ તે વેપારીને તો બધો માલ એક જ દિવસમાં પેક કરાવવો હતો, તો તેણે ત્રીજો મજૂર કેવો શોધવો જોઇએ કે જેથી ત્રણે મળીને એક દિવસમાં બધું કામ પૂરું કરે ?

[૫૪]

આગગાડીના ઉતારુઓ

આગગાડીના એક ડબ્બામાં ૪ ખાનાં ખાલી હતાં. તેમાં પૂના જનારા ઉતારુઓ બેઠા. હવે જો પહેલા ખાનામાંનો એક ઉતારુ બીજા ખાનામાં જાય તો ત્યાં પહેલા ખાનાથી ત્રણ ગણા માણસો થાય, જો બીજા ખાનાનો એક માણસ ત્રીજામાં જાય તો ત્યાં બીજા ખાના કરતાં ત્રણ ગણા થાય, પરંતુ જો બીજા ખાનામાંનો એક ચોથામાં જાય તો તે ખાનામાં બીજાથી બમણા રહે અને જો ચોથા ખાનાનો એક ઉતારુ પહેલામાં જાય તો ત્યાં (ચોથા ખાનામાં) દોઢગણા રહે, તો દરેક ખાનામાં કેટલા ઉતારુઓ બેઠા હશે ?

[૫૫]

બે શિલ્પીઓ

એક ગામમાં બે શિલ્પીઓ રહેતા હતા. બંને જણ

પોતાની કળામાં કુશળ હતા, પરંતુ એક ખૂબ ખરચાળ હતો અને બીજો બહુ કરકસરિયો હતો. આથી પહેલાના માથે રૂપિયા ૫૦૦) દેવું થયું અને બીજાની પાસે રૂપિયા ૫૦૦) ની મૂડી થઈ. હવે એક વખત તે ગામના એક કલાપ્રેમી સદ્‌ગૃહસ્થે બંનેની કલાઓ ખરીદી અને તે બદલ રોકડા પૈસા ન આપતાં પહેલાને ૪ ઘોડા અને બીજાને ૨ ઘોડા આપ્યા. હવે તે શિલ્પીઓએ સરખા ભાવે જ એ ઘોડાઓ વેચી નાખ્યા. તેથી બંનેની સ્થિતિ સરખી થઈ ગઈ, તો બંનેએ કેટકેટલા રૂપિયે ઘોડા વેચ્યા હશે ?

[૫૬]

પૈસાની પેટીઓ

એવડ એ ત્રીજો ભાઈ છે. થોડી થોડી રકમ બચાવતાં પણ સરવાળે મોટી રકમ ભેગી થાય છે અને તે ખરા વખતે ખપ લાગે છે. કરુણાશંકર ત્રિવેદીએ આ વાત મનુ, મુગટ, નાનુ અને નવીન નામના પોતાના ચારેય પુત્રોને બરાબર સમજાવી હતી, એટલે તેઓ પોતાના ખિસ્સાખર્ચ-માંથી થોડી થોડી રકમ બચાવતા હતા. એક દિવસ કરુણાશંકરે ચારેય જણને પૈસા રાખવાની પેટીઓ આપી, એટલે તેમણે પોતાની બચાવેલી રકમ તે પેટીઓમાં મૂકી. પછી તેની ગણતરી કરી તો જણાયું કે મનુ પાસે જો ૨ રૂપિયા વધારે હોત, મુગટ પાસે જો ૨ રૂપિયા ઓછા હોત, નાનુ પાસે જો બમણા રૂપિયા હોત અને નવીન પાસે અર્ધા રૂપિયા હોત તો બધા પાસે સરખી રકમ થાત. હવે બધા

ભાઈઓએ બચાવેલી કુલ રકમ રૂા. ૪૫ છે, તો દરેક ભાઈએ કેટલી રકમ બચાવી હશે?

[૫૭]

ધીમી અને ઉતાવળી ઝડપ

એક વખત પ્રાણુજીવન ભાઈ કામ–પ્રસંગે મુંબઈથી સુરત ગયા. તે વખતે આગગાડી ધીમી ચાલે એક કલાકના ૨૦ માઈલ ચાલી હતી અને ઝડપી ચાલે એક કલાકના ૩૦ માઇલ ચાલી હતી. મુંબઈથી સુરત વચ્ચે ૧૭૦ માઇલનું અંતર હતું અને ૩૦ સ્ટેશનો થયા હતાં તથા દરેક સ્ટેશને ગાડી બબ્બે મીનીટ થોભી હતી. હવે તેમને મુંબઇથી સુરત પહોંચતાં ૭ કલાક લાગ્યા, તો આગગાડી ધીમી ચાલે કેટલો વખત ચાલી હશે અને ઉતાવળી ચાલે કેટલો વખત ચાલી હશે?

[૫૮]

પૂજારી–સેવકની વહેંચણી

૯ પૂજારીઓએ અને ૩ સેવકોએ પોતાની પાસેના પૈસા સરખા ભાગે વહેંચી લેવાનો નિશ્ચય કર્યો. દરેક પૂજારીએ એક સરખી અમુક રકમ ૩ સેવકોને આપી અને ૩ સેવકોએ એક સરખી અમુક રકમ ૯ પૂજારીઓને આપી. એથી દરેકની પાસે સરખી રકમ થઈ ગઇ, તો દરેક પાસે ઓછામાં ઓછા કેટલા પૈસા હશે?

[૫૯]

ટોપલામાં કેરીઓ

અમારા ખેતરનો ચોકીદાર એક વખત અમારા આંબા

પરથી ૧૦૦ કેરીઓ લઈ આવ્યો. તેમાં કેટલીક કેરીઓ તરત ખાવા યોગ્ય ન હતી, એટલે તેના ભાગ પાડ્યા અને જુદા જુદા પાંચ ટોપલામાં તે કેરીઓ મૂકી દીધી. હવે પહેલા અને બીજા ટોપલાની કેરીઓ ગણી તો ૫૫ થઈ, બીજા અને ત્રીજા ટોપલાની કેરીઓ ગણી તો ૩૪ થઈ અને ચોથા ને પાંચમા ટોપલાની કેરીઓ ગણી તો ૩૦ થઈ, તો દરેક ટોપલામાં કેટકેટલી કેરીઓ મૂકી હશે?

[૬૦]

અવિભાજ્ય સંખ્યા

નવ આંકનો એકજ વખત ઉપયોગ કરીને તમે એવી અવિભાજ્ય સંખ્યા બનાવો કે જેનો સરવાળો ઓછામાં ઓછો આવે.

દાખલા તરીકે નીચે ચાર અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ આપી છે, જેમાં ફક્ત એક જ વાર એક આંકડાનો ઉપયોગ કર્યો છે અને તેનો સરવાળો ૪૫૦ થાય છે, પરંતુ નવી ગોઠવણથી આ સરવાળો હજી ઘણો ઓછો થઈ શકે તેમ છે.

```
 ૬૧
૨૮૩
 ૪૭
 ૫૯
───
૪૫૦
```

ત્રીજો વર્ગ

[૬૧]

બે મિત્રોની તકરાર

કલુ અને મલુ જંગલમાં મુસાફરી કરતા હતા. તેઓ ખૂબ થાકી ગયા ત્યારે એક ઝાડ નીચે આરામ લેવા બેઠા. થોડી વારે તેમણે પોતાની પાસેનું ભાતું કાઢ્યું. તેમાં કલુ પાસે પાંચ ભાખરી હતી અને મલુ પાસે ત્રણ ભાખરી હતી. તેઓ પોતાની ભાખરી ભેગી કરી ખાવાની શરૂઆત કરે છે, ત્યાં કોઇ લોથપોથ થઇ ગયેલો મુસાફર આવ્યો.

ભૂખ્યાને ભોજન દેવું એ મનુષ્ય માત્રનો ધર્મ છે, એમ માની તેમણે એ મુસાફરને પોતાની સાથે બેસીને ખાવાનું આમંત્રણ આપ્યું. આ ત્રણેય જણાએ સરખા ભાગે ખાધું. હવે તે મુસાફર ૮ પૈસા આપીને ચાલતો થયો. તેમાંથી કલુએ પાંચ પૈસા લીધા ને મલુને ત્રણ પૈસા આપ્યા. પરંતુ મલુએ તકરાર કરી કે મને અર્ધા પૈસા મળવા જોઇએ. કલુએ આ વાત માની નહિ. આથી તકરાર વધી. છેવટે

તેઓ પાસેના ગામમાં ગયા ને એક ડાહ્યા માણસ આગળ પોતાની તકરાર મૂકી. તેણે ફેંસલો આપ્યો કે કલુને ૭ પૈસા અને મલુને ૧ પૈસો આપવો. આ સાંભળી બંને જણાને લાગ્યું કે શેઠે ન્યાય આપવામાં ભૂલ કરી છે, એટલે શેઠને પૂછ્યું : 'આમાં કંઈ ભૂલ તો થતી નથી ને ?' પણ શેઠ પોતાની વાતમાં મક્કમ રહ્યા. તો શું શેઠ સાચા હશે ? કેવી રીતે ?

[૬૨]

માટીખાણ

એક વખત ભગા કાકા ફરતાં ફરતાં માટીખાણે જઇ ચડ્યા. ત્યાં જીવા કુંભારને પૂછ્યું કે 'ખાણ કેટલી ઊંડી ખોદી ?'

જીવાએ કહ્યું કે 'હું ૫ ફુટને ૧૦ ઇંચ ઉંચો છું, તેના પરથી કલ્પના કરો.'

'તું કેટલો અંદર ઉતર્યો છે ?' ભગા કાકાએ ફરી પૂછ્યું.

'હું ઉતર્યો છું, તેથી બમણો ઊંડો જઇશ એટલે મારૂં શરીર જેટલું બહાર દેખાય છે, તેથી બમણું અંદર જશે.'

હવે કહ્યા પ્રમાણે જીવો ખાણ ખોદી રહે, ત્યારે તે ખાણ કેટલી ઊંડી ખોદાઇ હોય ?

[૬૩]

કેવો અજબ મેળ !

રાત્રે બધા કુટુંબીજનો એકઠા થયા હતા અને વિવિધ

પ્રકારનો વાર્તાલાપ ચાલી રહ્યો હતો. તે વખતે વિનોદે કહ્યું કે મારા જન્મવર્ષના છેલ્લા બે આંકડા જેટલી જ મારી ઉંમર ૧૯૩૨માં હતી. એ સાંભળી દાદાએ કહ્યું કે 'કેવો અજબ મેળ! આ વસ્તુ મને પણ બરાબર લાગુ પડે છે.' તો બંનેની જન્મસાલ કઈ ?

[૬૪]

દાડમ અને સફેરજન

એક ફળ વેચનારાએ કેટલીક ટોપલીઓમાં દાડમ અને કેટલીક ટોપલીઓમાં સફેરજન ભર્યાં હતાં અને તે દરેક ટોપલી પર ફળની સંખ્યા નીચે મુજબ લખી હતી:

૬ ૫ ૧૨ ૨૯ ૧૪ ૨૩

હવે એક વાર તેણે એક ગ્રાહકને કહ્યું કે હું અમુક ટોપલી વેચું તો મારી પાસે જેટલાં દાડમ બાકી રહે તેનાથી બમણાં સફેરજન રહે, તો તેણે કઇ ટોપલી વેચવા ધારી હશે ? અને કઇ ટોપલીમાં દાડમ તથા કઇ ટોપલીમાં સફેરજન હશે ?

[૬૫]

પ્રવાસનો સમય

આજે પ્રવાસ કરવા માટે મોટર, આગગાડી અને વિમાન જેવા ઝડપી સાધનો ઉપયોગમાં લેવાય છે. જૂના વખતમાં આપણા દેશમાં ઝડપી મુસાફરી કરવા માટે સાંઢણીનો ઉપયોગ થતો. એક વાર એક મુસાફર એ રીતે સાંઢણી પર પ્રવાસે નીકળ્યો. તેણે પ્રથમ દિવસે સાંઢણીને ૧ માઈલ

ચલાવી, બીજા દિવસે ૪ માઇલ ચલાવી, ત્રીજા દિવસે ૭ માઇલ ચલાવી. પછી પણ દરરોજ ત્રણ ત્રણ માઇલ વધારે ચલાવતો જ ગયો. એ રીતે ૫૩૭૦ માઇલનો પ્રવાસ કરી તે પોતાના ધારેલા સ્થળે પહોંચી ગયો, તો તે પ્રવાસમાં તેને કેટલા દિવસ લાગ્યા હશે?

[૬૬]

સંતાનોની ઉમર

એક માણસને નવ સંતાન હતાં. દરેક સરખા અંતરેજ જન્મ્યા હતાં ને દરેક સંતાનની ઉમરના વર્ગનો સરવાળો તેની પોતાની ઉમરના વર્ગ જેટલો થતો હતો, તો દરેક સંતાનની ઉમર કેટલી હશે? દરેકની ઉમર પૂરા વર્ષની જ છે.

[૬૭]

ઘડિયાળનો સમય

એક વખત એક માણસ પ્રાતઃકાળના ૮ અને ૯ ની વચ્ચે મુંબઇના રાજાબાઈ ટાવર પાસેથી પસાર થયો. તે વખતે તેણે કેટલો સમય થયો છે, તે જોઇ લીધું. હવે સાંજના ૪ થી ૫ ની અંદર જ્યારે ફરીને તે જ સ્થળ પાસે આવ્યો. ત્યારે જોયું તો બંને કાંટા સવાર કરતાં બરાબર ઉલટા જ થઇ ગયા હતા. તો સવારે અને સાંજે તે માણસ કયા કયા સમયે પસાર થયો હશે?

[૬૮]

લેમ્પ અને ટોપીનો બદલો

એક વેપારી લેમ્પનો વેપાર કરતો હતો અને બીજો

ટોપીનો વેપાર કરતો હતો. હવે એક વખત બંનેએ વિચાર કર્યો કે આપણે માલનો બદલો કરીએ. મતલબ કે માલને બદલે માલ આપવો, રોકડ કંઈ લેવું દેવું નહિ. એ વખતે લેમ્પનો ભાવ દર નંગે ૧–૨–૩ એક રૂપિયો–બે આના–ત્રણ પાઇ ચાલતો હતો અને ટોપીનો ભાવ ૦–૧૪–૬ ચૌદ આના–છ પાઇ ચાલતો હતો. તો ઓછામાં ઓછા કેટલા લેમ્પ દેવાથી કેટલી ટોપીઓ આવે? આ ચલણમાં ૧૨ પાઇનો આનો અને ૧૬ આનાનો રૂપિયો ગણાતો, એ રીતે હિસાબ ગણવાનો છે.

[૬૯]

ચોરનો દરોડો

એક વખત સાંજના એક કાછિયણ પોતાના ટોપલામાં કેટલીક નારંગીઓ લઇને પાસેના ગામમાં જતી હતી. તેવામાં નદી કિનારે ત્રણ ભૂખ્યા ચોરોએ હુમલો કર્યો. તેમને ખાવાની વસ્તુ સિવાય બીજું કંઇ જોઈતું ન હતું, એટલે પહેલા ચોરે અર્ધી નારંગીઓ લઈ લીધી, પણ ૧૦ પાછી આપી. બીજાએ બાકી રહેલાનો ત્રીજો ભાગ લીધો, પણ બે નારંગી પસંદ ન પડી, તેથી પાછી મૂકી. ત્રીજાએ બાકી રહેલાની અર્ધી લીધી પણ ૧ નારંગી કોહી ગયેલી હતી તે પાછી આપી. હવે તે કાછિયણ માંડ માંડ નાસી છૂટી. તેણે દૂર જઇને પોતાના ટોપલામાંની નારંગીઓ ગણી તો ૧૨ થઈ, તો ઘેરથી નીકળતી વખતે તેની પાસે કેટલી નારંગીઓ હશે?

[૭૦]

બે રકમો

એવી બે રકમો કઈ છે કે જેનો સરવાળો કરીએ તો ૧૦૧ થાય અને બાદબાકી કરીએ તો ૨૫ રહે?

[૭૧]

ભ્રમરનો સમુદાય

એક બગીચામાં ભ્રમરનો સમુદાય ગુંજારવ કરી રહ્યો હતો. તેમાંના પાંચમા ભાગના ભ્રમરો કદંબવૃક્ષ પર બેઠા, ત્રીજા ભાગના ભ્રમરો આંબા પર બેઠા અને આ બેના તફાવતના ત્રણ ગણા ભ્રમરો જુદાં જુદાં વૃક્ષો ઉપર ગુંજારવ કરવા લાગ્યા. હવે એક ભ્રમર બાકી રહ્યો, તે કેતકી અને માલતી વચ્ચે બે સ્ત્રીના પતિની પેઠે અથડાતો રહ્યો. ત્યારે ભ્રમરોની સંખ્યા કેટલી?

[૭૨]

કેરીઓ કેટલી ?

ત્રણ છોકરા બજારમાંથી કેટલીક પાકી કેરીઓ લઇ આવ્યા. ત્યાર બાદ કામપ્રસંગે તે ત્રણેયને બહાર જવું પડ્યું. હવે પ્રથમ અ આવ્યો. તેણે જેટલી કેરીઓ હતી, તેમાંથી ત્રીજા ભાગની કેરીઓ લઇ લીધી. ત્યાર પછી બ આવ્યો. તેણે પણ જેટલી કેરીઓ હતી, તેમાંથી ત્રીજા ભાગની લઇ લીધી. ત્યાર પછી ક આવ્યો. તેણે પણ જેટલી કેરીઓ હતી, તેમાંથી ત્રીજા ભાગની લઇ લીધી. છેલ્લે ત્રણેય જણ સાથે આવ્યા અને જેટલી કેરીઓ હતી, તેટલી સમભાગે

વહેંચી લીધી, તો તેઓ ઓછામાં ઓછી કેટલી કેરીઓ લાવ્યા હશે અને છેવટે ભાગ વહેંચતા દરેકને કેટલી મળી હશે?

[૭૩]

ચાર ચોર

ચાર ચોર એક શ્રીમંતના ઘરમાંથી રૂપિયા ચોરી લાવ્યા અને એક નિર્ભય સ્થળે રોકાયા. તેમાંથી ત્રણ જણ સૂતા અને ચોથો ચોકી કરવા રોકાયો. હવે તેણે જેટલા રૂપિયા હતા, તેમાંથી ચોથા ભાગના પોતાના સમજીને લઈ લીધા. પછી ચોકીનો વારો આવતાં બીજો ચોર ઉઠયો, તેણે પણ પડેલ રકમમાંથી ચોથા ભાગની રકમ પોતાની સમજીને લઈ લીધી. ત્રીજા અને ચોથાનો વારો આવતાં તેમણે પણ એમ જ કર્યું. હવે દરેકના મનમાં કપટ હતું, એટલે ઉઠયા પછી જાણે કંઈ બન્યું નથી, એમ માનીને વધેલા રૂપિયાના ચાર ભાગ પાડીને લઈ લીધા. તો ઓછામાં ઓછા કેટલા રૂપિયા હશે અને દરેકના ભાગમાં કેટલા આવ્યા હશે ?

[૭૪]

બોર કેટલાં ?

ચાર છોકરાઓ બોરડી પરથી બોર પાડી લાવ્યાં અને તેને એક વાસણમાં મૂકી રમવા ચાલ્યા ગયા. હવે પહેલા છોકરાએ આવીને તેમાંનાં ચોથા ભાગનાં બોર પોતાનાં સમજીને લઈ લીધાં. ત્યાર પછી તે ચાલ્યો ગયો અને બીજો છોકરો આવ્યો. તેણે જેટલાં બોર હતાં, તેના ચાર ભાગ કર્યા તો ૧ બોર વધ્યું; એટલે પાડેલો ભાગ તથા વધેલું બોર લઈ લીધું. ત્યાર પછી ત્રીજો છોકરો આવ્યો. તેણે બોરનાં

ચાર ભાગ પાડચા તો ૨ બોર વધ્યાં. તેણે પાડેલો ભાગ તથા વધેલાં બે બોર લઈ લીધાં. છેવટે ચોથો છોકરો આવ્યો, તેણે જેટલાં બોર વધ્યાં હતાં, તેટલાં રાખી લીધાં. પછી સહુએ જોયું તો તેમની પાસે સરખાં બોર હતાં, તો ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બોર હશે ?

[૭૫]

ગાડાંની સંખ્યા

શહેરની બહાર બજાર ભરાયું હતું, ત્યાં લોકો ગાડાં ભરીને પોતાનો માલ વેચવા આવ્યા હતા. હવે તે ગાડાં ત્રણ જથ્થામાં ઊભા હતાં. તેમાં પહેલી અને બીજી બાજુનાં ગાડાંનો ગુણાકાર કરીએ તો ૨૦૨૧ થતો હતો અને બીજી તથા ત્રીજી બાજુનાં ગાડાંનો ગુણાકાર કરીએ તો ૨૪૯૧ થતો હતો, ત્યારે દરેક બાજુમાં કેટલા ગાડાં ઊભાં હશે ?

[૭૬]

મોતી અને સેરો

એક ઝવેરી પાસે ૩૭૧ મોતી છે. તેમાંથી દોરા પરોવી સેરો બનાવવી છે, તે એવી રીતે કે દરેક સેરમાં મોતીની સંખ્યા એકી આવે અને સેરોની સંખ્યા પણ એકી આવે. તો તેણે કેટલા મોતીની સેર બનાવવી ?

[૭૭]

ધાનની ગુણી

એક વખારમાં ૮૫૧ ધાનની ગુણીઓ પડેલી છે. ત્યાંથી તે બીજી વખારમાં લઈ જવી છે, પણ દરેક ગાડામાં ગુણીની સંખ્યા એકી આવવી જોઈએ અને ગાડાની સંખ્યા પણ એકી હોવી જોઈએ. કહો એવી વ્યવસ્થા શી રીતે કરશો ?

[૭૮]

બદામ

એક ડબ્બામાં બદામો પડેલી છે. તેમાંથી બબ્બે લઈએ તો ૧ વધે છે, ત્રણ ત્રણ લઈએ તો પણ ૧ વધે છે, ચાર–ચાર, પાંચ–પાંચ કે છ–છ લઈએ તો પણ ૧ વધે છે, પરંતુ સાત–સાત લઈએ તો કંઈ પણ વધતું નથી; તો એ ડબ્બામાં બદામો કેટલી ?

[૭૯]

નાણાંની કોથળીઓ

એક વેપારીને ચાર પુત્રો હતા. ચારે પુત્રોને આપવા માટે તેણે નાણાંની કેટલીક કોથળીઓ તૈયાર કરી હતી. તેમાં પહેલાંને ૩ કોથળી આપી, બીજાને ૫ કોથળી આપી, ત્રીજાને ૭ કોથળી આપી અને ચોથાને ૯ કોથળી આપી. આ જોઇ તેની પત્નીએ ઇશારતમાં કહ્યું કે "આમ કેમ કરો છો ? સહુને સરખી કોથળી આપો!' ત્યારે વેપારીએ કહ્યું કે મેં કોથળીની ગોઠવણ એવી રીતે કરી છે કે જેથી દરેકને સરખા રૂપિયા મળશે, તો તેણે દરેક કોથળીમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા રૂપિયા મૂક્યા હશે ?

[૮૦]

કોઠાની પૂર્તિ

એક કાગળ પર નીચે પ્રમાણે કોઠો ચીતરેલો છે :

	ॐ	

હવે તેના દરેક કોઠામાં એવી રીતે આંક ભરી આપો કે જેથી તેનો આડો કે ઊભો સરવાળો ૨૭ થાય. તેમાં કોઇ પણ આંક બે વાર આવવો જોઇએ નહિ.

ઉત્તરો

પહેલો વર્ગ

[૧] ૧૬ાા

[૨] ૩ ઇંચ.

[૩] ૩૦. બે પાંત્રીશ અટલે ૭૦, બે પાંચ એટલે દશ અને ત્રીશ મળી કુલ ૪૦. ૭૦ – ૪૦ = ૩૦.

[૪] ૦. શૂન્યથી ગુણતાં શૂન્ય જ જવાબ આવે. છતાં ઘણા માણસો આ ગુણાકારનો શરૂઆતથી પ્રારંભ કરીને ૯ સુધી આવશે. પછી જ તેમને શૂન્યની કલ્પના આવશે.

[૫] ૭૫ પૈસા.

૦ – ૭૫ પૈસાનાં રમકડાં

૬ – ૭૫ ટોપી

રૂા. ૭ = ૫૦ પૈસા કુલ કિંમત.

[૬] ૧૦૮. એ વર્ગમાં બાંકડાની કુલ ૯ હારો છે, કારણ કે પહેલેથી ગણીએ તો ત્રીજી હાર આવે છે, તે

છેલ્લેથી ગણતાં સાતમી હાર આવે છે. તે આ પ્રમાણે:

પહેલી	૧	
બીજી	૨	
ત્રીજી	૩	સાતમી
	૪	છઠ્ઠી
	૫	પાંચમી
	૬	ચોથી
	૭	ત્રીજી
	૮	બીજી
	૯	પહેલી

ડાબી અને જમણી બાજુના આંકડાઓમાં છ–છ બેઠકો છે, એટલે એક હારમાં ૧૨ બેઠકો છે. તેથી ૯ × ૧૨ = ૧૦૮.

[૭] ૧૫.

૧૫ − ૭ = ૮

૧૫ − ૧૩ = ૨

આઠ એ બે કરતાં ચાર ગણી મોટી સંખ્યા છે.

[૮] તેના પહેલા ભાગમાં ૯, બીજામાં ૧૫, ત્રીજામાં ૪ અને ચોથામાં ૩૬ એ રીતે ચાર ભાગો પાડવા.

૯ + ૧૫ + ૪ + ૩૬ = ૬૪

૯ + ૩ = ૧૨

૧૫ − ૩ = ૧૨

૪ × ૩ = ૧૨

૩૬ ÷ ૩ = ૧૨

[૯] ૨૦ રોજ. ૨૦ રોજના તેને ૨૦ × ૩ાા =૭૦ રૂપિયા મળ્યા અને ૧૦ રોજના તેને ૧૦ × ૨ાા = ૨૭ાા રૂપિયા આપવા પડ્યા. આ રીતે તેની પાસે ૭૦ −૨૭ાા =૪૨ાા રૂપિયા રહ્યા.

[૧૦] ૧૨ મિનિટમાં. પહેલો સાયકલવાળો ૧૨ મિનિટમાં બે વર્તુલ પૂરાં કરે અને બીજો સાયકલવાળો ૧૨ મિનિટમાં ત્રણ વર્તુળ પૂરાં કરે. આ રીતે પહેલો સાયકલવાળો ૧૨ મિનિટમાં બીજા સાયકલવાળાને પકડી પાડે.

[૧૧] નવમો માણસ રમતમાં દાખલ થયો ત્યારે આઠમો માણસ રમતો હતો. હવે નવમો માણસ રમતમાં આખર સુધી રમ્યો, એટલે તેણે ૮, ૧૦ અને ૧૧ નંબરના ખેલાડીઓની વિકેટ પડતી જોઈ.

[૧૨] ૧૨ વાર. તે આ પ્રમાણે : ૧ રૂપિયાના ૧૨ દાડમ લઈને ૧૬ના ભાવે વેચ્યા એટલે તેને ૧૨ દાડમના ૧૨ આના (૦–૭૫ પૈસા) ઉપજ્યા અને ૧ રૂપિયાના ૧૬ લઈ ૧૨ ના ભાવે વેચ્યા, તેમાં ૧–૩૩$\frac{૧}{૩}$ પૈસા ઉપજ્યા. આ રીતે એકવાર વેપાર કરતાં ૦–૭૫ પૈ. + રૂ ૧–૩૩$\frac{૧}{૩}$ મળી કુલ રૂ. ૨–૮$\frac{૧}{૩}$ પૈસા ઉપજ્યા. તેમાંથી મૂળ કિંમતના રૂ. ૨–૦૦ બાદ જતાં એક વારના વેપારમાં ૮$\frac{૧}{૩}$ પૈસાનો ફાયદો થયો. હવે ૮$\frac{૧}{૩}$ × ૧૨ = ૧૦૦ પૈસા થાય, તેથી તેણે ૧૨ વાર વેપાર કર્યો હશે.

[૧૩] વિનોદ ફેબ્રુઆરી માસની ૨૮ મી તારીખે મધ્યરાત્રિ પહેલાં જન્મ્યો હોય અને રસિક ત્યાર બાદ થોડી જ મિનિટે ૨૯ મી તારીખના પ્રારંભમાં જન્મ્યો હોય તો

આમ બની શકે. ફેબ્રુઆરી માસમાં ૨૯મી તારીખ દર ચોથા વર્ષે આવે છે કે જે વર્ષને લીપઇયર કહેવામાં આવે છે. ઈ. સ.ની જે સાલના છેલ્લા બે આંકડાને ૪ થી ભાગતાં કંઈ શેષ ન વધે તે સાલને લીપૂઈયર જાણવી. દાખલા તરીકે સને ૧૯૬૪ની સાલમાં ૬૪ ને ૪ થી ભાગતાં કંઈ શેષ વધતી ન હતી, તેથી તે લીપૂઈયર હતું. એ રીતે હવે પછી ૧૯૬૮, ૧૯૭૨, ૧૯૭૬ વગેરેની સાલો લીપૂઈયર ગણાશે.

[૧૪] એક જ તરફ કાટલાં મૂકવાનાં હોય તો નીચે મુજબનાં ૬ કાટલાં વડે ૧ થી ૪૦ શેર સુધીનું વજન થઈ શકે: ૧,૨,૪,૮,૧૬ અને ૩૨ શેર. અને બંને તરફ કાટલાં મૂકવાનાં હોય તો નીચે મુજબનાં ૪ કાટલાં વડે જ ૧ થી ૪૦ શેર સુધીનું વજન થઈ શકે; ૧, ૩, ૯, ૨૭ શેર.

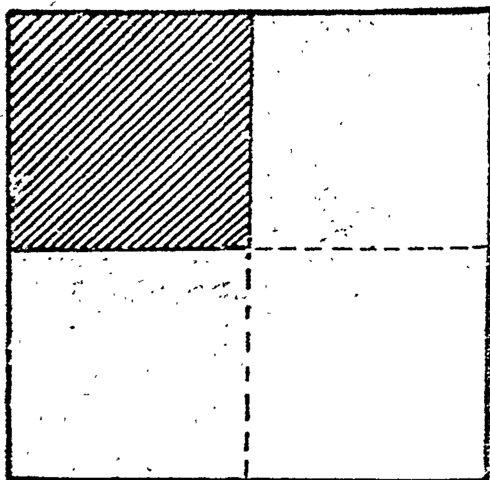
દાખલા તરીકે ૨૩ શેર જોખી આપવાનું છે, તો પ્રથમની શરતે ૧ + ૨ + ૪ + ૧૬ એમ ચાર કાટલાં મૂકવાં પડે અને બીજી રીતે જોખી આપવું હોય તો એક બાજુ ૨૭ શેરનું કાટલું મૂકી સામી બાજુએ ૧ અને ૩ શેરનાં કાટલાં મૂકતાં ૨૩ શેરનું વજન બરાબર જોખી શકાય.

આ રીતે કોઈ પણ વજનનું સમજવું. બીજા દાખલા ગણી જોવાથી તેની ખાતરી થશે.

[૧૫] અહીં ઘણાખરા ૭ કહેશે, પણ ૭ ઠૂંઠામાંથી ૧ બીડી

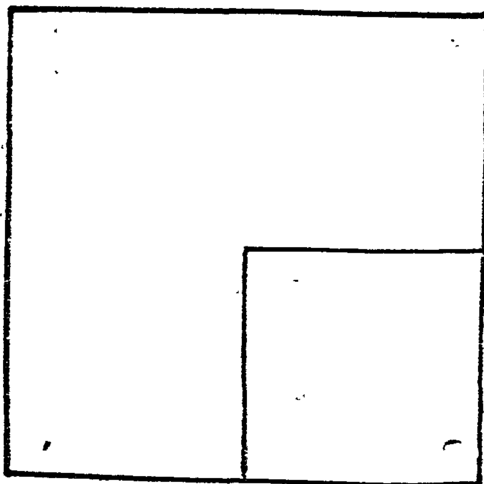
બને છે, એટલે પ્રથમ ૭ બીડી તથા ત્યાર પછી ૧ બીડી એમ કુલ આઠ બીડીઓ બનશે.

[૧૬] ૬ વાર. બાર દિવસમાં ૬ દિવસની વીઝીટ તેના ૬ × ૫ = ૩૦ રૂપિયા. અને ૬ રાત્રિની વીઝીટ તેના ૬×૭॥=૪૫ રૂપિયા. ૩૦ રૂ. + ૪૫ રૂ. = ૭૫ રૂપિયા.

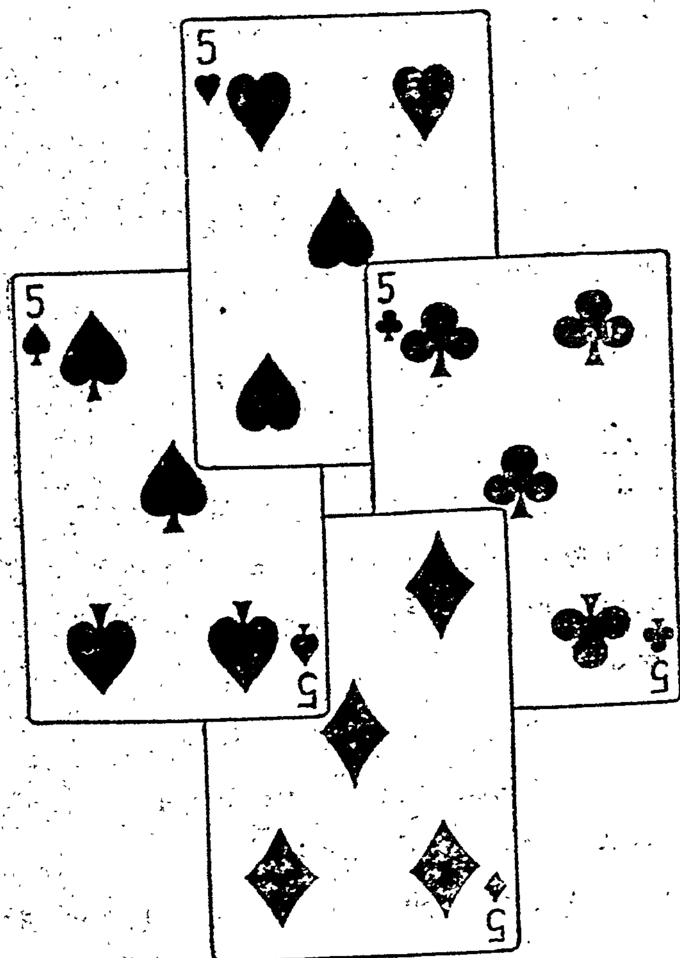


[૧૭] આઠ આના.

ઉપરનું ચિત્ર જુઓ. તેમાં દર્શાવેલી લંબાઈ કાપવાના ચાર આના. હવે તેટલી જ લંબાઈ બાજુની બીજી આકૃતિ મુજબ કાપવાથી ચાર ટુકડા થઈ જાય, તેથી મજૂરી આઠ આના આપવી પડે.



[૧૮] ગંજીફાના ચાર-પંજા લઈ તેને નીચે મુજબ ગોઠવ્યા હશે:



[૧૯] ૧૩ાા રૂપિયા. ૬ જણના ૬૦ અને સાતમા જણના ૧૩ાા મળી ૭૩ાા રૂપિયા થાય, તેને ૭ થી ભાગતાં સરેરાશ ૧૦ાા રૂપિયા આવે. તેના કરતાં ૩ રૂપિયા વધારે, એટલે તેણે ૧૩ાા રૂપિયા ભર્યા હશે.

[૨૦] ૧½ ઇંચ. પહેલો ગ્રંથ ઉલટો પડેલો હોય તો તેનું પાનું છેલ્લું આવે. ત્યાંથી ⅛ પૂંઠું કોરે. બીજા ગ્રંથનું

૧/૮ પૂંઠું + ૧ ઇંચ પાનાં + ૧/૮ પૂંઠું કોરે અને ત્રીજા ગ્રંથનું ૧/૮ પૂંઠું કોરે. જો ત્રીજો ગ્રંથ અવળો પડેલો હોય તો તેનું છેલ્લું પાનું પહેલું આવી જાય. એટલે ટુંકામાં ટુંકા રસ્તે ૧/૮ + ૧ + ૧/૮ + ૧/૮ + ૧/૮ = ૧૧/૨ ઇંચનું અંતર કાપવું પડે.

[૨૧] ૧૨૧.

૨, ૩, ૪, ૫ અને ૬થી ભાગી શકાય એવી નાનામાં નાની રકમ ૬૦ છે. તેમાં ૧ ઉમેરીએ તો ૬૧ થાય. પણ તેને ૧૧ થી ભાગતાં ૬ શેષ વધે છે, એટલે તે હોઈ શકે નહિ. હવે ૬૦ × ૨ = ૧૨૦ + ૧ = ૧૨૧ની રકમ પણ એવી છે કે જેને ૨, ૩, ૪, ૫ કે ૬ થી ભાગતાં ૧ વધે છે અને તેને ૧૧ થી ભાગતાં કંઈ શેષ વધતી નથી, તેથી ૧૨૧ એ તેનો ખરો જવાબ છે.

[૨૨] સરખા જ રહે. ધારો કે પ્યાલો પાશેરનો છે, તો સ્થિતિ નીચે મુજબ થાય :

અ. ૧ શેર પાણી	બ. ૧ શેર દૂધ
− ૦। શેર પાણી	+ ૦। શેર પાણી
૦।।। શેર પાણી બાકી	૧ શેર દૂધ + ૦। શેર પાણી

આ મિશ્રણમાં ચાર ભાગ દૂધ છે અને એક ભાગ પાણી છે. હવે આમાંથી પાશેરનો પ્યાલો ભરીએ તો ૮ તોલા દૂધ આવે અને ૨

તોલા પાણી આવે. તેને ব
કૂજામાંથી બાદ કરીએ તો
૩૨ તોલા દૂધ અપે ૮ તોલા
પાણી રહે.

અને તે મિશ્રણ
অ કૂજામાં ઉમેરતાં
ol॥ શેર પાણી
+ ૨ તોલા પાણી + ૮ તોલા દૂધ

૩૨ તોલા પાણી + ૮ તોલા દૂધ રહે.
કુલ ૧ શેર.

[૨૩] ૩૧ રૂપિયા અને ૧૦ નોકરો. દરેકને ૩ રૂપિયા આપે તો ૧ વધે અને ૪ આપે તો ૯ ઘટે.

[૨૪] ૧૫૦ રૂપિયા. ઘોડાની મૂળ કિંમત ૧૫૦ રૂપિયા હતી. અને આજ સુધીનું ખર્ચ ૩૦૦ રૂપિયા થયું હતું, એટલે તેને એ ઘોડાનું બધું મળીને ૪૫૦ રૂપિયા ખર્ચ થયું હતું, પણ ઉપજ્યા તો માત્ર ૩૦૦ રૂપિયા, એટલે ૧૫૦ રૂપિયા ઓછા ઉપજ્યા. ૧૫૦ રૂા. એ મૂળ કિંમત ૧૫૦નો અરધો ભાગ (૭૫ રૂપિયા) તથા ખર્ચના ૩૦૦ રૂપિયાનો ચોથો ભાગ (૭૫ રૂપિયા) છે.

[૨૫] તેનો મિત્ર તેને જોઈને પાછલા પગે ૨૦૦ હાથ ચાલે તો ૪૦૦ હાથનું છેટું કાયમ રહે. આ સિવાય બીજો કોઈ વિકલ્પ નથી.

[૨૬] ૧૧. શરૂઆતમાં થાંભલો મૂકયા વિના વાડ બની શકે નહિ.

[૨૭] ૩ કરોળિયા અને ૬ વંદા.

૩ કરોળિયા	× ૮ પગ	=	૨૪ પગ
૬ વંદા	× ૬ પગ	=	૩૬ પગ
		કુલ	૬૦ પગ

[૨૮] દરેક સ્ટેશન પર બાકીના રેલ્વે સ્ટેશનની ટીકીટ મળે એટલે ૧૯ પ્રકારની ટીકીટો મળે. હવે સ્ટેશનો ૨૦ છે, તેથી ૧૯ × ૨૦ = ૩૮૦ પ્રકારની ટીકીટો વેચાતી હશે.

[૨૯] આમાં સમજાવવા જેવું કંઈજ નથી. ૧ કલાકને ૨૦ મીનીટ તથા ૮૦ મીનીટ એ સરખો જ સમય છે, આમ છતાં ઘણા વિચારમાં પડી જાય છે. તેમને તરત જ આ વસ્તુ ખ્યાલમાં આવતી નથી.

[૩૦] વિશ્વ એક છે. તેમાં ગમે તેવું પરિવર્તન થાય તો પણ તે એક જ રહે છે, એટલે વિશ્વ એ એવું એક છે કે જેમાંથી એક બાદ થઈ શકતું નથી.

બીજો વર્ગ

[૩૧] આ કોયડો સહેલાઈથી ઉકેલી શકાય તેવો છે. ૧ વીંઝણાની કિંમત ૨ દર્પણ અને ૩ કંકાવટી જેટલી

છે, એટલે ૨ વીંઝણાની કિંમત ૪ દર્પણ અને ૬ કંકાવટી જેટલી થઇ. આનો અર્થ એ થયો કે ૪ રૂપિયામાં ૨ વીંઝણા આવ્યા અને ૪ રૂપિયામાં બાકીની વસ્તુઓ આવી. ૪ રૂપિયામાં ૨ વીંઝણા આવ્યા એટલે ૧ વીંઝણાની કિંમત ૨ રૂપિયા થઈ. હવે ૨ દર્પણની કિંમત ૩ કંકાવટી જેટલી છે, એટલે ૪ દર્પણની કિંમત ૬ કંકાવટી જેટલી થઇ. આ રીતે અર્ધી કિંમતમાં દર્પણ આવ્યાં અને અર્ધી કિંમતમાં કંકાવટીઓ આવી. અર્ધી કિંમત એટલે ૨ રૂપિયામાં ૪ દર્પણ આવ્યાં; તેથી દર્પણનો ભાવ ૦–૫૦ પૈસા થયો અને ૨ રૂપિયામાં ૬ દર્પણ આવ્યાં, તેથી દર્પણનો ભાવ ૩૩$\frac{૧}{૩}$ પૈસા થયો.

[૩૨] પહેલા પાસે ૪ ચપ્પુ, બીજા પાસે ૪ સૂડી, ત્રીજા પાસે ૪ કાતર અને ચોથા પાસે ૪ પાકીટો હતા. તેમણે અકેક નંગની ફેરબદલી કરી, એટલે દરેક પાસે ૧ ચપ્પુ, ૧ સૂડી, ૧ કાતર અને ૧ પાકીટ થયું. તે દરેક નંગ ૧ રૂપિયા લેખે વેચતાં દરેકને ૪–૪ રૂપિયા મળ્યા.

[૩૩] રૂા. ૭–૨૦ પૈસાનો. તે આ રીતે :—

૫૦ પૈસા	૫૦૦ ગ્રામ ખાંડ
૪૦ પૈસા	૫૦૦ ગ્રામ ગોળ

૯૦ પૈસામાં ૧૦૦૦ ગ્રામ માલ આવે છે.

હવે સરખા પૈસાનો માલ લે તો નીચે પ્રમાણે આવે:

૪૫ પૈસા	૪૫૦	ગ્રામ ખાંડ
૪૫ પૈસા	૫૬૨ાા	ગ્રામ ગોળ
૯૦ પૈસા	૧૦૧૨ાા	ગ્રામ માલ

આ રીતે ૯૦ પૈસામાં ૧૨ાા ગ્રામ માલ વધારે આવે. પણ અહીં ૧૦૦ ગ્રામ માલ વધારે આવ્યો છે, એટલે તેણે ૯૦ × ૮ = ૭૨૦ પૈસાનો માલ ખરીદ્યો હશે. ૭૨૦ પૈસા = રૂા. ૭–૨૦ પૈસા.

[૩૪] દેખીતો આ હિસાબ અટપટો લાગે છે, પણ ક્રમશઃ વિચાર કરીએ તો તેનો ઉકેલ સહેલો છે. ૫ નાગર ૪ ઔદિચ્ય જેટલું સીધું વાપરે છે. એટલે ૨૫ નાગર ૨૦ ઔદિચ્ય જેટલું સીધું વાપરે છે. આનો અર્થ એ થયો કે જેટલું ખર્ચ નાગરના પંઠાનું આવ્યું, તેટલું ખર્ચ ઔદિચ્યના પંઠાનું આવ્યું.

હવે ૧૨ ઔદિચ્ય અને ૯ શ્રીમાળીના સીધાનું પ્રમાણ સરખું છે, એટલે ૧૮ શ્રીમાળીના પંઠાનું ખર્ચ ૨૪ ઔદિચ્ય જેટલું આવે. આનો અર્થ એ થયો કે નાગર અને ઔદિચ્યના પંઠા કરતાં શ્રીમાળીના પંઠાનું ખર્ચ ૨૦ ટકા વધારે આવ્યું. ૨૦નો પાંચમો ભાગ ૪ છે, એટલે ૪નો વધારો ૨૦ ટકા સૂચવે છે.

હવે ૬ શ્રીમાળી અને ૮ મેવાડાનું ખર્ચ સરખું આવે છે. પરંતુ અહીં ૧૨ મેવાડા જમવા આવ્યા છે, એટલે તેમના પંઠાનું ખર્ચ ૯ શ્રીમાળી જેટલું થયું.

શ્રીમાળીના પંઠામાં ૧૮ શ્રીમાળી હતા, એટલે એ પંઠાનું જે ખર્ચ આવ્યું તેના કરતાં મેવાડાના પંઠાનું ખર્ચ અર્ધું આવ્યું.

આ રીતે ૧ + ૧ + ૧$\frac{૧}{૫}$ + $\frac{૩}{૫}$ = મળી કુલ $\frac{૧૯}{૫}$ નું ખર્ચ ૯૫ રૂપિયા આવ્યું, એટલે ૧ બરાબર ૨૫ રૂપિયા ખર્ચ આવ્યું. આથી કુલ હિસાબ નીચે મુજબ થયો :

નાગરના પંઠાનું ખર્ચ	રૂા. ૨૫–૦
ઔદિચ્યના પંઠાનું ખર્ચ	રૂા. ૨૫–૦
શ્રીમાળીના પંઠાનું ખર્ચ	રૂા. ૩૦–૦
મેવાડાના પંઠાનું ખર્ચ	રૂા. ૧૫–૦
	૯૫–૦

[૩૫] રૂા. ૧૨૩૪૫૬૭૮–૯ પૈસા.

[૩૬] ભગાજી મારવાડીએ દરેક કોથળીમાં નીચેના ક્રમ મુજબ રૂપિયા ભરેલા હતા :

૧, ૨, ૪, ૮, ૧૬, ૩૨, ૬૪, ૧૨૮, ૨૫૬, ૫૧૨.

[૩૭] કુસુમે. નીલાએ ૭ વસ્તુ ૪ રૂપિયામાં ખરીદી એટલે દરેક વસ્તુ રૂા. $\frac{૪}{૭}$ = ૫૭$\frac{૧}{૪}$ પૈસામાં પડી અને કુસુમે ૩ વસ્તુ ૫ રૂપિયામાં ખરીદી એટલે દરેક વસ્તુ રૂા. $\frac{૩}{૫}$ = ૬૦ પૈસામાં પડી, તેથી કુસુમે ભાવ વધારે આપ્યો.

[૩૮] અર્ધો માર્ગ એટલે ૬ માઈલ. ત્યાં સુધી આવતાં ૧૫ માઈલની ઝડપે ૨૪ મિનિટ લાગે. આનો અર્થ એ–

થયેા કે તે અર્ધે રસ્તે આવ્યો, ત્યારે જ ટ્રેઈન સ્ટેશનમાં આવી જાય. હવે તે ટ્રેઈન ૨ મિનિટ ત્યાં થોભે છે, તેમાં ૧ મિનિટ પહેલાં તો પહોંચવું જ જોઈએ, એટલે તેની પાસે ૧ મિનિટનો સમય રહે. આ ૧ મિનિટમાં ૬ માઈલ જવું હોય તો ૩૬૦ માઈલની ઝડપ કરવી પડે, પણ તે મોટર માટે અશકય છે, એટલે આ સંયોગોમાં તે ટ્રેઈન પકડી શકે નહિ.

[૩૯] તેથી પણ વધારે.

ગણિત ચમત્કારમાં 'ગુણાકારની વિરાટ્ શક્તિ' નામનું એક પ્રકરણ લખાયેલું છે. તેમાં એક વસ્તુની બમણા ક્રમે વૃદ્ધિ થાય તો કેવું વિરાટ્ પરિણામ આવે ? તે જણાવેલું છે. (જુઓ પૃ. ૩૮–૩૯) * તે અનુસાર ત્રીસમા દિવસે ૫૩૬૮૭૦૯૧૨ કાગળ ચડે. અને ત્રીસ દિવસના કુલ કાગળ

```
 ૫૩૬૮૭૦૯૧૨
        × ૨
-----------
૧૦૭૩૭૪૧૮૨૪
        − ૧
-----------
```

કુલ કાગળો ૧૦૭૩૭૪૧૮૨૩

હવે એક કાગળની જાડાઈ ·૦૧ છે, એટલે આ કાગળનું પ્રમાણ ૧૦૭૩૭૪૧૮·૨૩ ઈંચ જેટલું થાય. એટલે કે ૧ ક્રોડ ઈંચ કરતાં પણ વધારે થાય. હવે ૬૩૩૬૦ ઈંચનો ૧ માઈલ ગણતાં આ ઊંચાઈ ૧૬૯

* આવૃત્તિ બીજી.

માઈલ કરતાં પણ વધારે થાય. આવડો ઢગલો કરવાનું શક્ય નથી; પરંતુ સમજવા ખાતર જ આ કોયડો આપેલો છે.

[40] ૨૦. તેના ૬૦ ટકા એટલે ૧૨ ગણિતના છે + ૨ જીવશાસ્ત્રનાં છે. એ રીતે ૧૪ પુસ્તકો થયાં. બાકી રહ્યાં ૬. તેમાં $\frac{2}{3}$ પદાર્થશાસ્ત્રના છે, એટલે કે ૪ પદાર્થ-શાસ્ત્રનાં છે અને $\frac{1}{3}$ રસાયણશાસ્ત્રનાં છે, એટલે કે ૨ રસાયણશાસ્ત્રનાં છે. આ રીતે ૧૨ + ૨ + ૪ + ૨ = ૨૦ પુસ્તકો હોવા જોઈએ.

[41] નાગજી ઠક્કરે રૂા. ૧-૪૦ પૈસાના ડઝનના ભાવે જમરૂખ ખરીદ્યાં હશે. આ રીતે ૭-૦ રૂપિયાનાં ૬૦ નંગ આવ્યાં. વેચનારે ૧-૫૦ પૈસાનો ભાવ કહ્યો હશે. જો આ ભાવે તેમણે ૭ રૂપિયાનાં જામફળ ખરીદ્યાં હોત તો ૫૬ આવત, એટલે કે તેને ૧૦ પૈસાનો ભાવ ઘટતાં ૪ જામફળ વધારે મળ્યાં છે.

[42] ઝવેરીએ પડીકાંની વહેંચણી નીચે મુજબ કરી હતી :-
પહેલા છોકરાને નં.-૧-૧૪-૨૦-૨૬-૩૨-૩૮-૪૪
બીજા છોકરાને નં.-૨- ૮-૨૧-૨૭-૩૩-૩૯-૪૫
ત્રીજા છોકરાને નં.-૩- ૯-૧૫-૨૮-૩૪-૪૦-૪૬
ચોથા છોકરાને નં.-૪-૧૦-૧૬-૨૨-૩૫-૪૧-૪૭
પાંચમા છોકરાને નં.-૫-૧૧-૧૭-૨૩-૨૯-૪૨-૪૮
છઠ્ઠા છોકરાને નં.-૬-૧૨-૧૮-૨૪-૩૦-૩૬-૪૯
સાતમા છોકરાને નં.-૭-૧૩-૧૯-૨૫-૩૧-૩૭-૪૩

[43] અઠવાડિયાના એક ટકા પ્રમાણે પહેલા અઠવાડિયાના

અંતે ૧૦૦ ના ૧૦૧ થાય, બીજા અઠવાડિયે ૧૦૧ × ૧.૦૧ = ૧૦૨.૧ થાય વગેરે. આ રીતે ૫૨ અઠવાડિયામાં આશરે ૧૬૮ ની સંખ્યા થાય. જ્યારે વાર્ષિક ૬૦ ટકાનો વધારો થતાં ૧૦૦ ના ૧૬૦ થાય, એટલે અઠવાડિયાનો ૧ ટકાનો વધારો વર્ષના ૬૦ ટકા કરતાં વધારે ઝડપી છે.

[૪૪] પ્રથમ ખલાસી બકરીને સામે કાંઠે લઈ જાય અને સામે કાંઠે બકરીને મૂકી ખાલી હોડી પાછી લઈ આવે. પછી કાંઠેથી વાઘને લઈ જાય અને વાઘને સામે કાંઠે મૂકી બકરીને આ કાંઠે લઇ આવે. ત્રીજી વાર ઘાસનો પૂળો આ કાંઠેથી સામે કાંઠે લઈ જાય. અને ત્યાંથી ખાલી આ કાંઠે આવે. ચોથી વાર બકરીને આ કાંઠેથી સામે કાંઠે લઇ જાય. આ રીતે બધા સામે કાંઠે પહોંચી શકે.

[૪૫] ૨૪ વર્ષની. આ વખતે બચ્ચુની ઉંમર ૩ વર્ષની હશે. પંદર ભાંડુ વચ્ચે ૧૪ અંતર પડે, એટલે કુલ ૨૧ વર્ષનું અંતર પડે. એટલે ૩ + ૨૧ = ૨૪ વર્ષ થાય. બચ્ચુની ઉમર ૩ વર્ષ છે અને નાનબાઈની ૨૪ વર્ષ છે. આ રીતે તે આઠગણી મોટી છે.

[૪૬] શ્રીમતી કબાડીની વાર્ષિક આવક રૂા. ૧૮૦૦ હોવી જોઇએ. તેનો $\frac{૧}{૩}$ ભાગ એટલે ૬૦૦ રૂા. ભાડા તથા ટેક્ષમાં વપરાયા. $\frac{૧}{૨}$ ભાગ એટલે ૯૦૦ રૂપિયા અનાજ,

ફળ, શાક વગેરેમાં વપરાયા. અને $\frac{૧}{૯}$ ભાગ એટલે ૨૦૦ રૂપિયા કપડાંલત્તાં આદિમાં વપરાયા. આ રીતે ૬૦૦+૯૦૦+૨૦૦ = ૧૭૦૦ રૂપિયા વપરાયા અને ૧૦૦ રૂા. બાકી રહ્યા.

[૪૭] એક નોકરે $૧\frac{૧}{૩}$ માઇલ ચાલ્યા પછી તે ટ્રંક ગૃહસ્થને આપી દેવી, જે બાકીના $૨\frac{૨}{૩}$ માઇલ લઇ જાય. બીજા નોકરે $૨\frac{૨}{૩}$ માઇલ ચાલ્યા પછી પહેલા નોકરને આપવી. જે બાકીના $૧\frac{૧}{૩}$ માઇલ લે. એટલે પ્રથમના $૧\frac{૧}{૩}$ તથા પાછળના $૧\frac{૧}{૩}$ મળી $૨\frac{૨}{૩}$ માઇલ થાય. આ રીતે ત્રણેયને $૧\frac{૨}{૩}$ માઇલ ઉચકવાની આવે.

[૪૮] આ ઉત્તર સહેલાઇથી મેળવી શકાય એવો છે. ધારો કે તે ગામનું અંતર ૫ માઇલ હોય તો જતી વખતે ૧ કલાક લાગે અને વળતી વખતે ૩ માઇલની ઝડપ હોવાથી ૧ કલાક ૪૦ મીનીટ લાગે. આ રીતે ૧+ $૧\frac{૨}{૩}=૨\frac{૨}{૩}=\frac{૮}{૩}$ કલાક લાગે ત્યારે ૫ માઇલનું અંતર હોય તો ૭ કલાક લાગે ત્યારે એટલું અંતર હોય? અહીં સાદી ત્રિરાશી માંડવાથી જવાબ આવી જાય.

કલાક	કલાક	માઇલ
$\frac{૮}{૩}$	૭ : :	૫

$$\frac{૭}{૧}\times\frac{૫}{૧}\times\frac{૩}{૮}=\frac{૧૦૫}{૮}=૧૩\frac{૧}{૮} \text{ માઇલ.}$$

તે ગામનું અંતર ૧૩ માઇલ અને ૧ ફર્લાંગ છે.

[૪૯] છઠ્ઠી તારીખે, સાંજના ૭ વાગે, ૪૨ માઇલ પર મળ્યા હશે.

[૫૦] સવારે ૭૫ મણ વેચવી અને સાંજે ૨૫ મણ વેચવી.

૭૫ મણના	૨૫ રૂપિયા આવે.
૨૫ મણના	૭૫ રૂપિયા આવે.
આ રીતે ૧૦૦ મણના	૧૦૦ રૂપિયા આવે.

[૫૧] દૂધવાળાને ખેડૂતનું ૧૦) રૂ. નું દેવું રહે. બીજા બધાની સ્થિતિ તેવી ને તેવી રહે, કારણ કે બીજા બધાએ પોતાનું દેવું પતાવવા તેનો ઉપયોગ કર્યો હતો ને નોટ ખોટી ઠરતાં તે પૈસા જમા થઇ શકે નહિ. પરંતુ દૂધવાળાએ તો ગાય ખરીદી હતી, તેથી તેને રૂા. ૧૦ આપવાના બાકી રહે.

[૫૨] ૯. જ્યારે ડોસી સુરતથી ઉપડે, ત્યારે મુંબઇથી ઉપડેલી ચાર ટ્રેનો રસ્તામાં છે ને પાંચમી ઉપડવાની તૈયારીમાં છે, તે પાંચેય રસ્તામાં મળશે. તે ઉપરાંત ૧ કલાક ને ૫ મિનિટે ઉપડતી ગાડીઓમાંથી બીજી ચાર મળશે, એટલે કુલ નવ ગાડીઓ મળશે.

[૫૩] ૨ દિવસવાળો. ૬ દિવસમાં કામ કરનારો ૧ દિવસમાં $\frac{૧}{૬}$ કામ કરે, ૩ દિવસમાં કામ કરનારો ૧ દિવસમાં $\frac{૧}{૩}$ કામ કરે, એટલે બંને મળીને $\frac{૧}{૬}+\frac{૧}{૩}=\frac{૧}{૨}$ કામ કરે. આથી તેણે ૨ દિવસવાળો મજૂર જ શોધવો જોઇએ કે જે એક દિવસમાં બાકીનું $\frac{૧}{૨}$ કામ પૂરું કરે.

[૫૪] પહેલા ખાનામાં ૩, બીજા ખાનામાં ૫, ત્રીજા ખાનામાં ૧૧, ચોથા ખાનામાં ૭.

[૫૫] ૫૦૦ રૂપિયે.

[૫૬] મનુએ રૂા. ૮, મુગટે રૂા. ૧૨, નાનુએ રૂા. ૫ અને નવીને રૂા. ૨૦ બચાવ્યા હશે. આ રીતે ૮ + ૧૨ + ૫ + ૨૦ = રૂા. ૪૫ બચ્યા હશે.

[૫૭] ઉતાવળી ચાલે ૫ કલાક, ધીમી ચાલે ૧ કલાક. મુંબઇથી સુરત વચ્ચે ૩૦ સ્ટેશનો થયાં અને દરેક સ્ટેશને ગાડી બબ્બે મીનીટ રોકાણી, એટલે ૩૦ × ૨ = ૬૦ મીનીટ = ૧ કલાકનો સમય રોકાવામાં ગયો.

હવે ૭ કલાકમાંથી ૧ કલાક રોકાવામાં ગયો, એટલે ગાડીએ ૧૭૦ માઇલનું અંતર ૬ કલાકમાં કાપ્યું. હવે જો ગાડી ૬ કલાક ઉતાવળી ચાલે ચાલી હોત તો કલાકના ૩૦ માઇલના હિસાબે ૧૮૦ માઇલ ચાલી હોત, પણ તે ૧૭૦ માઇલ ચાલી છે, એટલે અમુક વખતે ધીમી પણ ચાલી, એ નિશ્ચિત છે. હવે એક કલાક ધીમી ચાલે તો ૧૦ માઇલનું અંતર ઓછું કપાય, તેથી અહીં ૧ કલાક ધીમી ચાલે ચાલેલી છે. તેણે ૧ કલાક ધીમી ચાલે જતાં ૨૦ માઇલ કાપ્યા અને ૫ કલાક ઉતાવળી ચાલે જતાં ૩૦ × ૫ = ૧૫૦ માઇલ કાપ્યા. આ રીતે ૨૦ + ૧૫૦ = ૧૭૦ માઇલ કાપ્યા.

[૫૮] પૂજારીઓ પાસે રૂા. ૪–૫૦ પૈસા અને સેવકો પાસે રૂા. ૭–૦૮ પૈસા હશે. તેમાંથી દરેક પૂજારીએ

૦-૨૫ પૈસા સેવકને આપ્યા અને દરેક સેવકે ૦-૩૭ પૈસા પૂજારીને આપ્યા. આથી બંને પાસે સરખા પૈસા થઇ ગયા.

પૂજારી પાસે રૂા. ૪=૫૦

સેવકને આપ્યા

૩ × ૨૫ = ૦ – ૭૫ પૈસા

૩ – ૭૫ બાકી રહ્યા.

સેવકો પાસે ૭ – ૦૮

૯ × ૩૭ = ૩ – ૩૩ પૈસા

૩ – ૭૫ બાકી રહ્યા.

[૫૯] ચોથા અને પાંચમા ટોપલાની કેરીઓ ૩૦ છે; એટલે પહેલા, બીજા અને ત્રીજાની મળીને ૭૦ હોવી જોઇએ. તેમાં પહેલા અને બીજાની મળીને ૫૫ છે; તો ત્રીજાની ૧૫ હોવી જોઈએ અને બીજાની અને ત્રીજાની એટલે પંદર મળીને ૩૪ છે; એટલે બીજાની ૨૯ હોવી જોઈએ. બાકી રહી ૩૬, તે પહેલા ટોપલામાં હોવી જોઈએ.

જવાબ અનુક્રમે ૩૬, ૧૯, ૧૫ અને છેલ્લા બે ટોપલામાં ૩૦ ના ગમે તે બે ભાગ.

[૬૦] ૪, ૬ અને ૮ દશકની જગાએ આવવા જોઈએ; કારણ કે કોઈ પણ અવિભાજ્ય સંખ્યાને છેડે આ

અંકો આવી શકે નહિ અને ૨ તથા ૫ એકલા હોય તો તે એકમના સ્થળે જ આવે અને તેટલા અંક નક્કી થતાં બાકીના અંકોની ગોઠવણ સરળ છે. તે નીચે મુજબ થઇ શકે :–

૪૭
૬૧
૮૯
૨ ←આ સંખ્યા અવિભાજ્ય. ગણાય છે.
૩
૫
———
૨૦૭

ત્રીજો વર્ગ

[૬૧] શેઠ સાચા હતા, કારણ કે ૮ ભાખરી ત્રણ જણ વચ્ચે સરખા પ્રમાણમાં ખાતાં દરેકે ૨⅔ ભાખરી ખાધી. જેમાં કલુની ૨⅓ ભાખરી ગઇ અને મલુની ફક્ત ⅓ ભાખરી ગઇ. એટલે કલુના ૭ ભાગ અને મલુનો ૧ ભાગ થાય. આ રીતે શેઠે આપેલો ન્યાય બરાબર હતો.

[૬૨] ભાગા કાકાએ પ્રશ્ન પૂછ્યો, ત્યારે ખાણ ૩ ફુટ–૬ ઇંચ ખોદાયેલી હશે, જેથી છેવો ખાણ બહાર ૩ ફુટ ને ૪ ઇંચ બહાર દેખાતો હશે. ૫ ફુટ ૧૦ ઇંચ–૩ ફુટ ૬ ઇંચ = ૨ ફુટ ૪ ઇંચ. હવે બીજો ૭ ફુટ

ખોદાય ત્યારે જીવો જમીનની સપાટીથી ૪ ફુટ અને ૮ ઈંચ અંદર જાય, એટલે કે તેનું શરીર જેટલું બહાર દેખાતું હતું, તેનાથી બમણું ઊંડું હોય.

[૬૩] વિનોદ સને ૧૯૧૬માં જન્મ્યો હતો, એટલે સને ૧૯૩૨માં તેની ઉમર ૧૬ વર્ષની હતી. દાદાનો જન્મ સને ૧૮૬૬માં થયો હતો, એટલે સને ૧૯૩૨માં તેની ઉમર ૬૬ વર્ષની હતી. આમ બંનેની ઉમર પોતાની જન્મસાલના છેલ્લા બે આંકડા જેટલી હતી.

[૬૪] તેણે ૨૯ના આંકવાળી ટોપલી વેચવા ધારી હશે. બાકી રહેલી પાંચ ટોપલીઓ પૈકી ૫, ૧૨ અને ૨૩ ના આંકવાળી ટોપલીમાં સફરજન હશે કે જેમની કુલ સંખ્યા ૪૦ થાય છે અને ૬ તથા ૧૫ના આંકવાળી ટોપલીઓમાં દાડમ હશે કે જેમની સંખ્યા કુલ ૨૦ થાય છે. આ રીતે દાડમ કરતાં સફરજનની સંખ્યા બમણી રહે છે.

આ કૂટપ્રશ્નમાં એક વાત નક્કી છે કે એક ટોપલી વેચાયા પછી જે સંખ્યા રહે છે, તેના એક ભાગ કરતાં બીજો ભાગ બમણો છે, એટલે તે એવી સંખ્યા હોવી જોઈએ કે જેને ત્રણથી ભાગી શકાય. આ રીતે શરૂઆત કરીએ તો કુલ સંખ્યા ૮૯ છે, તેમાંથી ૬ જાય તો ૮૩ રહે. પણ તે ત્રણથી ભાજ્ય નથી; માટે તેણે એ ટોપલી વેચવા ધારી ન હોય.

૮૯માંથી ૫ જાય તો ૮૪ રહે. આ સંખ્યા ત્રણે ભાજ્ય છે, એટલે બાકી રહેલાં ફળોમાં ૨૮ તથા

પદની સંખ્યા રહે તો એક કરતાં બીજાં ફળો બમણું હોઈ શકે. પરંતુ બાકી રહેલી સંખ્યાઓમાંથી ૨૮ તથા ૫૬નો સરવાળો થઈ શકતો નથી, તેથી એ ટોપલી પણ હોઈ શકે નહિ.

૮૯માંથી ૧૨ બાદ કરીએ તો ૭૭ રહે છે, પણ તે ત્રણથી ભાજ્ય નથી, માટે તેણે વેચવા ધારેલી ટોપલી એ પણ હોઈ શકે નહિ.

૮૯ માંથી ૨૯ બાદ કરીએ તો ૬૦ રહે છે અને તેને ત્રણે ભાગી શકાય છે. હવે ૬૦ ના ૨૦ અને ૪૦ એ એવા બે ભાગો છે કે જેમાં પ્રથમ કરતાં બીજો બમણો છે. હવે ૬ + ૧૪ નો સરવાળો ૨૦ આવે છે અને ૧૨, ૧૪ તથા ૨૩નો સરવાળો ૪૦ આવે છે, તેથી તેણે વેચવા ધારેલી ટોપલી ૨૯ ના આંકવાળી જ હોવી જોઇએ અને ૬ તથા ૧૪ના આંકમાં દાડમ તથા ૧૨, ૧૪ અને ૨૩ના આંકમાં સક્કરજન હોવા જોઈએ.

[૬૫] ૬૦ દિવસ.

[૬૬] નવ સંતાનોની ઉંમર ક્રમસર નીચે મુજબ હશે :
૨, ૫, ૮, ૧૧, ૧૪, ૧૭, ૨૦, ૨૩, ૨૬ અને પિતાની ઉમ્મર ૪૮ વર્ષની હશે. ૨ થી ૨૬ સુધીની રકમોનો વર્ગ નીચે પ્રમાણે આવે :

૨ નો વર્ગ	૪
૫ નો વર્ગ	૨૫
૮ નો વર્ગ	૬૪

૧૧ નો વર્ગ ૧૨૧
૧૪ નો વર્ગ ૧૯૬
૧૭ નો વર્ગ ૨૮૯
૨૦ નો વર્ગ ૪૦૦
૨૩ નો વર્ગ ૫૨૯
૨૬ નો વર્ગ ૬૭૬

કુલ ૨૩૦૪

૪૮ નો વર્ગ પણ ૨૩૦૪ આવે.

[૬૭] અહીં એમ વિચારવું ઘટે છે કે સવારે ૮ થી ૯ ની વચ્ચેનો સમય છે અને સાંજે ૪ થી ૫ વચ્ચેનો સમય છે, એટલે ૮ ઉપર ૨૦ થી ૨૫ મીનીટનો કોઈ પણ ગાળો હોવો જોઈએ. તથા સાંજે ૪ અને ૫ નો સમય એવો હોવો જોઈએ કે જે ૮ અને ૯ની વચ્ચે હોય એટલે કે ૪૦ થી ૪૫ મીનીટ વચ્ચેનો કોઈ પણ સમય હોવો જોઈએ. તેથી આ સમય સવારે ૮ ક. ૨૩ $\frac{૭૧}{૧૪૩}$ અને સાંજે ૪ ક. ૪૧ $\frac{૧૩૭}{૧૪૩}$ મીનીટનો હોવો જોઈએ. આ સમયે ઘડિયાળના બંને કાંટા બરાબર ઉલટા હોય છે.

[૬૮] લેમ્પનો ભાવ રૂા. ૧–૨–૩ પાઈ છે, એટલે કુલ ૨૧૯ પાઈનો છે અને ટોપીનો ભાવ રૂા. ૦–૧૪–૬ પાઈ એટલે ૧૭૪ પાઈનો છે. એટલે લેમ્પવાળો ૧૭૪ લેમ્પ આપે અને ટોપીવાળો ૨૧૯ ટોપીઓ આપે તો બદલો સરખો થાય.

[૬૯] ૪૦ નારંગીઓ.

પહેલા ચોરે ૪૦ નારંગીઓમાંથી અર્ધી લીધી,

એટલે ૨૦ લીધી અને તેમાંથી ૧૦ પાછી આપી; એટલે કાછિયણ પાસેથી ૧૦ નારંગીઓ ઓછી થઈ અને ૩૦ નારંગીઓ બાકી રહી.

બીજા ચોરે ૩૦ નારંગીઓમાંથી ત્રીજો ભાગ લીધો, એટલે ૧૦ નારંગીઓ લીધી અને તેમાંથી ૨ પાછી આપી, એટલે ૮ નારંગીઓ ઓછી થઇ અને કાછિયણ પાસે ૨૨ નારંગીઓ બાકી રહી.

ત્રીજા ચોરે ૨૨ નારંગીઓમાંથી અર્ધો ભાગ લીધો, એટલે ૧૧ લીધી અને એક પાછી આપી, એટલે ૧૦ નારંગીઓ ઓછી થઇ અને કાછિયણ પાસે ૧૨ નારંગીઓ બાકી રહી.

[૭૦] ૬૩ અને ૩૮. ૬૩ + ૩૮ = ૧૦૧. ૬૩ − ૩૮ = ૨૫.

[૭૧] ૧૫. અહીં અજ્ઞાત ભ્રમરસમુદાય માટે ૧ ધારો. તેનો $\frac{૧}{૫}$ ભાગ કદંબવૃક્ષ ઉપર અને $\frac{૧}{૩}$ ભાગ આંબા પર ગયો. હવે આ બેની વચ્ચેનો તફાવત એટલે $\frac{૧}{૩} - \frac{૧}{૫} = \frac{૨}{૧૫}$ તેના ત્રણ ગણા એટલે $\frac{૬}{૧૫}$ અર્થાત્ $\frac{૨}{૫}$ જુદાં જુદાં વૃક્ષ પર ગયા. આ રીતે $\frac{૧}{૫} + \frac{૧}{૩} + \frac{૨}{૫}$ મળી $\frac{૧૪}{૧૫}$ થાય. બાકી રહ્યો $\frac{૧}{૧૫}$ ભાગ.

અહીં $\frac{૧}{૧૫}$ ના સ્થાને ૧ ભ્રમર રહ્યો છે, એટલે ભ્રમરોની કુલ સંખ્યા ૧૫ ની હશે. તેની ખાતરી આ રીતે થશે :

૧૫નો $\frac{૧}{૫}$ ભાગ એટલે ૩ ભ્રમરો કદંબવૃક્ષ પર.
૧૫નો $\frac{૧}{૩}$ ભાગ એટલે ૫ ભ્રમરો આંબા પર. બેના તફાવતના ત્રણગણા એટલે ૬ ભ્રમરો જુદાં જુદાં વૃક્ષ પર.

બાકી રહ્યો—૧ ભ્રમર, તે કેતકી અને માલતીની વચ્ચે અથડાતો હતો.

[૭૨] આ દાખલામાં અમુક સંખ્યાના સરખા ત્રણ ભાગ ચાર વાર થાય છે, માટે ૩ ની રકમને ચાર વાર ગુણવી જોઇએ. ૩×૩×૩×૩ = ૮૧. એટલે કે તેઓ ઓછામાં ઓછી ૮૧ કેરી લાવ્યા હશે. તેમાંથી अ એ આવીને ત્રીજો ભાગ એટલે ૨૭ કેરીઓ લીધી,

બાકી રહી ૫૪.

ब એ ૫૪નો ત્રીજો ભાગ એટલે ૧૮ કેરીઓ લીધી,

બાકી રહી ૩૬.

क એ ૩૬નો ત્રીજો ભાગ એટલે ૧૨ કેરીઓ લીધી,

બાકી રહી ૨૪.

૨૪ કેરીઓ વધી, તે બધાએ ત્રણ સરખા ભાગે વહેંચી લીધી, એટલે દરેકના ભાગે ૮ કેરીઓ આવી.

આ રીતે દરેકને ખરેખર નીચે પ્રમાણે કેરીઓ મળી:

	अ	ब	क	
પહેલી વાર	૨૭	૧૮	૧૨	
બીજી વાર	૮	૮	૮	
	૩૫	૨૬	૨૦	કુલ ૮૧.

[૭૩] આમાં અમુક સંખ્યાના ચાર સરખા ભાગ પાંચ વાર થાય છે, તેથી ચારને ચારથી પાંચ વાર ગુણવા જોઇએ. ૪×૪×૪×૪×૪=૧૦૨૪.

તેઓ ઓછામાં ઓછા આટલા રૂપિયા ચોરી લાવેલા હોવા જોઇએ. તેમાંથી अ એ ૧૦૨૪ નો ચોથો ભાગ ૨૫૬ લીધા, બાકી ૭૬૮ વધ્યા. ब એ ૭૬૮ નો ચોથો ભાગ ૧૯૨ લીધા, બાકી ૫૭૬ વધ્યા. क એ ૫૭૬ નો ચોથો ભાગ ૧૪૪ લીધા, બાકી ૪૩૨ વધ્યા. ड એ ૪૩૨ નો ચોથો ભાગ ૧૦૮ લીધા, બાકી ૩૨૪ વધ્યા. આ ૩૨૪ રૂપિયા ચાર ભાગે વહેંચતા દરેકના ભાગે ૮૧ રૂ. આવ્યા.

આથી દરેકને ખરેખર નીચે પ્રમાણે મળ્યા :-

	अ	ब	क	ड
પહેલી વાર	૨૫૬	૧૯૨	૧૪૪	૧૦૮
બીજી વાર	૮૧	૮૧	૮૧	૮૧
	૩૩૭	૨૭૩	૨૨૫	૧૮૯

[૭૪] ૧૨ બોર. તેણી વહેંચણી આ પ્રમાણે થઇ :

अ એ ચોથા ભાગે ૩ બોર લીધા. બાકી ૯ રહ્યા.

ब એ ૯ ના ચાર ભાગ પાડતાં દરેક ભાગમાં ૨ બોર આવ્યાં અને ૧ બોર વધ્યું તે લીધું એટલે તેણે પણ ૩ લીધાં અને ૬ બાકી રહ્યાં.

क એ ૬ ના ચાર ભાગ પાડતાં દરેક ભાગમાં ૧ બોર આવ્યું તે લીધું અને વધ્યાં તે પણ લઇ લીધાં. આ રીતે તેની પાસે પણ ૩ બોર આવ્યાં અને ૩ વધ્યાં.

૨ એ વધેલા ૩ બોર પોતાની પાસે રાખી લીધાં.

આ રીતે તેઓ ઓછામાં ઓછાં ૧૨ બોર પાડી લાવ્યાં હશે.

[૭૫] આમાં ૨૦૨૧ અને ૨૪૯૧માં સામાન્ય ગુણાકારની એક રકમ છે. તેજ બીજી બાજુના ગાડાંની સંખ્યા છે, એટલે તે બે રકમનો દૃઢભાજક કાઢવો જોઈએ.

```
૨૦૨૧) ૨૪૯૧ (૧   ૪૭૦) ૨૦૨૧ (૧   ૧૪૧) ૪૭૦ (૩
      ૨૦૨૧             ૧૮૮૦             ૪૨૩
      ----             ----             ---
       ૪૭૦              ૧૪૧              ૪૭
```

આ રીતે ૪૭ દૃઢભાજક આવ્યો. એટલે ૪૭ એ બીજી બાજુનાં ગાડાંની સંખ્યા. હવે પહેલી અને બીજી બાજુનાં ગાડાંનો ગુણાકાર ૨૦૨૧ થાય છે, તેથી ૨૦૨૧ ÷ ૪૭ = ૪૩ તે પહેલી બાજુનાં ગાડાંની સંખ્યા હોવી જોઈએ, અને બીજી તથા ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણાકાર ૨૪૯૧ થાય છે, તેથી ૨૪૯૧ ÷ ૪૭ = ૫૩ એ ત્રીજી બાજુની ગાડાંની સંખ્યા હોવી જોઈએ. તાત્પર્ય કે પહેલી બાજુ ૪૩, બીજી બાજુ ૪૭ અને ત્રીજી બાજુ ૫૩ ગાડાં ઊભેલાં હતાં.

૪૩ × ૪૭ = ૨૦૨૧.

૪૭ × ૫૩ = ૨૪૯૧.

[૭૬] ૫૩ મોતીની સેર બનાવવી. ૩૭૧ મોતીમાંથી આવી ૭ સેરો બની શકે. આ બંને સંખ્યાઓ શરત મુજબ એકી છે. આમાં શોધવાનું એટલું જ છે કે કઈ બે અવિભાજ્ય સંખ્યાનો ગુણાકાર ૩૭૧ આવે.

[૭૭] આ દાખલો પણ ઉપરના જેવો જ છે. કઈ બે અવિભાજ્ય સંખ્યાનો ગુણાકાર ૮૫૧ આવે, તે શોધવાનું છે. આવી રકમો ૨૩ અને ૩૭ છે.

૨૩ ગાડાં × ૩૭ ગુણી = ૮૫૧.

અથવા ૩૭ ગાડાં × ૨૩ ગુણી = ૮૫૧.

[૭૮] ૩૦૧. આ દાખલામાં લઘુતમ સાધારણ ભાજ્યનો ઉપયોગ કરવો ઘટે છે, ૨, ૩, ૪, ૪, ૫, અને ૬ નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય ૬૦ છે અને દરેક વખતે ૧ વધે છે, એટલે તે રકમ ૬૧ ની હોય. પણ ૭ થી નિઃશેષ ભાગવાની બીજી શરત તેને લાગુ પડતી નથી, તેથી ૬૦ ના ગુણાકારની બીજી રકમ લઈએ. ૧૨૦+૧ =૧૨૧. આ રકમને પણ ૭થી નિઃશેષ ભાગી શકાતી નથી. આથી ૬૦ના ગુણાકારની ત્રીજી રકમ લઈએ. ૧૮૦ + ૧ = ૧૮૧, પરંતુ આ પણ ખરો જવાબ નથી. કારણ કે આ બંને રકમો ૭ થી નિઃશેષ ભાગી શકાતી નથી. પરંતુ ૩૦૦ + ૧ = ૩૦૧ એ ખરો જવાબ છે, કારણ કે તેને ૭થી નિઃશેષ ભાગી શકાય છે અને ૨,૩,૪,૫ તથા ૬ એ ભાગતાં ૧–૧ વધે છે.

[૭૯] આ દાખલો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્યનો છે. ૩,૫,૭ અને ૯ નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય ૩૧૫ આવે છે. તેથી તેણે નીચે પ્રમાણે રૂપિયા મૂક્યા હશે :

પહેલા પુત્રને ૩ કોથળીઓ આપી, તે દરેકમાં ૧૦૫ રૂપિયા હશે. ૩ × ૧૦૫ = ૩૧૫.

બીજા પુત્રને ૫ કોથળીઓ આપી, તે દરેકમાં ૬૩ રૂપિયા હશે. ૫ × ૬૩ = ૩૧૫.

ત્રીજા પુત્રને ૭ કોથળીઓ આપી, તે દરેકમાં ૪૫ રૂપિયા હશે. ૭ × ૪૫ = ૩૧૫.
ચોથા પુત્રને ૯ કોથળીઓ આપી, તે દરેકમાં ૩૫ રૂપિયા હશે. ૯ × ૩૫ = ૩૧૫.

[૮૦]

૧૬	૧૦	૧	= ૨૭
૯	ૐ	૧૮	= ૨૭
૨	૧૭	૮	= ૨૭
૨૭	૨૭	૨૭	

આ નવ કોઠાનો ૐકારગર્ભિત યંત્ર છે. તે ભરવાની રીત નીચે પ્રમાણે સમજવી :

જે સંખ્યા લાવવાની હોય તેના ત્રીજા ભાગને અ સમજવો અને અંક લખ્યા હોય ત્યાં તે જ અંકો સમજવા :

૨અ − ૨	અ + ૧	૧
અ	ૐ	૨અ
૨	૨અ − ૧	અ − ૧

✻ સંપૂર્ણ ✻